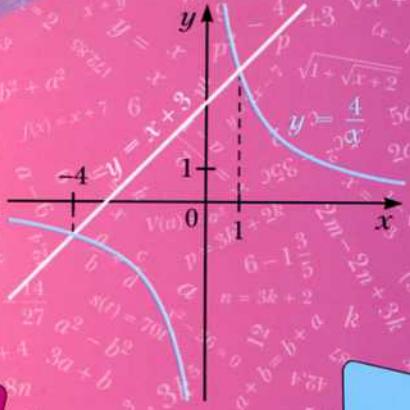


А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир



8

класс



вентана
граф

Алгебра

Дидактические
материалы

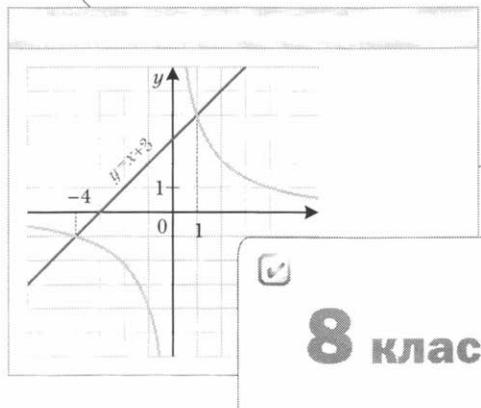


Алгоритм успеха

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

Алгебра

Дидактические материалы



8 класс



Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций



Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2015

ББК 22.141я721

M52

Мерзляк А.Г.

M52 Алгебра : дидактические материалы : 8 класс : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — М. : Вентана-Граф, 2015. — 96 с.

ISBN 978-5-360-05840-3

Дидактические материалы содержат упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Используются в комплекте с учебником «Алгебра. 8 класс» (авт. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир) системы учебно-методических комплектов «Алгоритм успеха».

Соответствуют федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования (2010 г.).

ББК 22.141я721

ISBN 978-5-360-05840-3

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2014
© Издательский центр «Вентана-Граф»,
2014

Упражнения

Вариант 1

Повторение

1. Представьте в виде степени с основанием x выражение:
1) $(x^6)^2$; 3) x^4x^3 ; 5) $(x^{10})^3 \cdot (x^5)^4$;
2) $(-x^5)^4$; 4) $((x^3)^2)^5$; 6) $(-x^6)^7 \cdot (-x^3)^3 : x^{15}$.
2. Упростите выражение:
1) $(x - 2)(x - 11) - 2x(4 - 3x)$;
2) $(a + 6)(a - 3) + (a - 4)(a + 5)$;
3) $(y - 8)(2y - 1) - (3y + 1)(5y - 2)$;
4) $(x + 2)^2 - (x - 3)(x + 3)$;
5) $(7a - 5b)(7a + 5b) - (4a + 7b)^2$;
6) $(y - 2)(y + 3) - (y - 1)^2 + (5 - y)(y + 5)$.
3. Разложите на множители:
1) $8a - 12b$; 6) $12x^2y - 3xy$;
2) $3a - ab$; 7) $21a^2b + 28ab^2$;
3) $6ax + 6ay$; 8) $-3x^6 + 12x^{12}$;
4) $4a^2 + 8ac$; 9) $4a^2 - 8a^3 + 12a^4$;
5) $a^5 + a^2$; 10) $6m^3n^2 + 9m^2n - 18mn^2$.
4. Разложите на множители:
1) $5a + 5b - am - bm$; 4) $10a^2b - 2a^2 + 5ab^2 - ab$;
2) $6m - mn - 6 + n$; 5) $2x^3 - 3x^2y - 4x + 6y$;
3) $a^6 + a^4 - 3a^2 - 3$; 6) $x^2y - x + xy^2 - y$.
5. Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена:
1) $a^2 + 8a + 16$; 4) $24ab + 36a^2 + 4b^2$;
2) $9x^2 - 6x + 1$; 5) $a^6 - 4a^3b + 4b^2$;
3) $121m^2 - 88mn + 16n^2$; 6) $25p^{10} + q^8 + 10p^5q^4$.
6. Разложите на множители:
1) $x^2 - 4$; 5) $x^2y^2 - \frac{4}{9}$;
2) $25 - 9a^2$; 6) $a^4 - b^6$;
3) $36m^2 - 100n^2$; 7) $0,01c^2 - d^8$;
4) $0,04p^2 - 1,69q^2$; 8) $-1 + a^4b^8$.
7. Разложите на множители:
1) $c^3 + 8$; 3) $125 + a^3b^3$;
2) $27a^3 - b^3$; 4) $x^6 - y^9$.

8. Разложите на множители:

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| 1) $6a^3 - 6a;$ | 5) $-8a^5 + 8a^3 - 2a;$ |
| 2) $5x^3 - 5xy^2;$ | 6) $5a^3 - 40b^6;$ |
| 3) $8a^2b^2 - 72a^2c^8;$ | 7) $a - 3b + a^2 - 9b^2;$ |
| 4) $3x^2 - 48xy + 192y^2;$ | 8) $ac^4 - c^4 - ac^2 + c^2.$ |

Рациональные дроби

9. Найдите значение выражения:

1) $\frac{2a+b}{3a-4b}$, если $a = -6$, $b = 3$;

2) $\frac{x^2 - 3x}{8x - 3}$, если $x = 0,6$.

10. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- | | | |
|---------------------------|-------------------------|---|
| 1) $3x + 4;$ | 5) $\frac{3}{x^2 - 1};$ | 9) $\frac{x - 2}{x^2 + 6x + 9};$ |
| 2) $\frac{b - 9}{8};$ | 6) $\frac{2}{x^2 + 1};$ | 10) $\frac{4}{x - 1} + \frac{7x}{x - 4};$ |
| 3) $\frac{8}{b - 9};$ | 7) $\frac{4}{ x - 1};$ | 11) $\frac{7}{x(x - 1)};$ |
| 4) $\frac{5 + x}{3 + x};$ | 8) $\frac{x}{ x + 2};$ | 12) $\frac{1}{1 + \frac{1}{x}}?$ |

11. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются:

- 1) все числа, кроме 6;
- 2) все числа, кроме -4 и 0;
- 3) все числа, кроме -10 , -8 и 1;
- 4) все числа.

12. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной a значение дроби:

1) $\frac{a^2 + 6a + 10}{a^2 - 10a + 25}$ положительное;

2) $\frac{4a - 4 - a^2}{a^4 + 1}$ неположительное.

Основное свойство рациональной дроби**13.** Сократите дробь:

1) $\frac{4a}{12b};$ 3) $\frac{10m^2}{15m^3};$ 5) $\frac{36m^3n^4}{24m^2n^6};$

2) $\frac{8xy}{2xz};$ 4) $\frac{3a^2bc}{18abc^3};$ 6) $\frac{39p^5q^8}{65p^8q^5}.$

14. Сократите дробь:

1) $\frac{4a + 8b}{4a};$ 6) $\frac{b^5 - b^3}{b^2 - b^4};$

2) $\frac{5x - 10y}{3x - 6y};$ 7) $\frac{a^3 - 27}{8a - 24};$

3) $\frac{x^2 - 25}{2x - 10};$ 8) $\frac{6a^2 + 6a + 6}{18a^3 - 18};$

4) $\frac{6x^2 - 3x}{4 - 8x};$ 9) $\frac{ax - ay - 3x + 3y}{9 - a^2}.$

5) $\frac{m^2 - 16}{m^2 + 8m + 16};$

15. Найдите значение выражения:

1) $\frac{a^8b^3 + a^6b^5}{a^6b^3},$ если $a = 0,3,$ $b = -0,4;$

2) $\frac{7c^3 - 28c}{12c + 12c^2 + 3c^3},$ если $c = 5;$

3) $\frac{(2x - 2y)^2}{2x^2 - 2y^2},$ если $x = 0,2,$ $y = -0,4;$

4) $\frac{4x^2 - 40xy + 100y^2}{15y - 3x},$ если $x - 5y = 0,6.$

16. Приведите дробь:

1) $\frac{a}{b^2}$ к знаменателю $b^6;$

2) $\frac{m}{3n}$ к знаменателю $15n^2p;$

3) $\frac{6}{7x^2y}$ к знаменателю $28x^3y^2;$

4) $\frac{5}{a - 3}$ к знаменателю $2a - 6;$

5) $\frac{7}{a+2}$ к знаменателю $a^2 + 2a$;

6) $\frac{b+1}{b-4}$ к знаменателю $b^2 - 16$.

17. Постройте график функции:

1) $y = \frac{x}{x}$;

5) $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$;

2) $y = \frac{x-2}{x-2}$;

6) $y = \frac{(x-2)^4}{(2-x)^3}$;

3) $y = x + \frac{x+1}{x+1}$;

7) $y = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+2}$;

4) $y = \frac{x-1}{x-1} - 2x$;

8) $y = \frac{4x^2 + 12x + 9}{2x+3} - \frac{x^2 + 5x}{x}$.

18. Решите уравнение:

1) $\frac{x+5}{x+5} = 1$; 2) $\frac{x^2 - 4}{x-2} = 4$; 3) $\frac{x-8}{|x|-8} = 0$.

19. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $(a-5)x = 1$; 3) $(a-7)x = a^2 - 14a + 49$;
 2) $(a+4)x = a+4$; 4) $(a^2 - 1)x = a+1$.

Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

20. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{3a}{10} + \frac{2a}{10}$; 4) $\frac{2a+5b}{ab} - \frac{2a-3b}{ab}$;

2) $\frac{6x}{5y} - \frac{x}{5y}$; 5) $\frac{5y}{y^2 - 9} - \frac{15}{y^2 - 9}$;

3) $\frac{2m-4n}{21c} + \frac{5m+18n}{21c}$; 6) $\frac{y^2+8y}{4-y^2} - \frac{4y-4}{4-y^2}$.

21. Упростите выражение:

1) $\frac{x-4}{x-2} - \frac{x}{2-x}$; 3) $\frac{(2a-1)^2}{6a-6} + \frac{(a-2)^2}{6-6a}$;

2) $\frac{5x+6}{5-x} + \frac{3x+16}{x-5}$; 4) $\frac{16-7x}{(x-4)^2} - \frac{x-x^2}{(4-x)^2}$.

- 22.** Запишите дробь в виде суммы целого выражения и дроби:
- 1) $\frac{y+4}{y}$;
 - 2) $\frac{a^2 - 3a + 4}{a - 3}$;
 - 3) $\frac{x^2 + 4x - 8}{x - 4}$.
- 23.** Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:
- 1) $\frac{6n^2 + 4n + 10}{n}$;
 - 2) $\frac{n^3 - 5n^2 + 32}{n^2}$;
 - 3) $\frac{6n + 2}{2n - 3}$.

Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями

- 24.** Представьте в виде дроби выражение:
- 1) $\frac{4}{a} + \frac{7}{b}$;
 - 2) $\frac{9}{m} - \frac{5}{mn}$;
 - 3) $\frac{4}{12xy} - \frac{11}{18xy}$;
 - 4) $\frac{5m}{3ab} + \frac{2n}{5a^2b} - \frac{7p}{2ab^2}$;
 - 5) $\frac{3a - 4b}{a} + \frac{8a^2 + 4b^2}{ab}$;
 - 6) $\frac{3c^2 - 2c + 4}{bc^2} - \frac{2c - 9}{bc}$.
- 25.** Выполните действия:
- 1) $\frac{x - 3}{3x + 6} - \frac{x - 6}{x + 2}$;
 - 2) $\frac{m + 4}{5m - 10} + \frac{3 - m}{4m - 8}$;
 - 3) $\frac{y + 6}{y - 6} - \frac{y + 2}{y + 6}$;
 - 4) $\frac{3x}{4x - 4} + \frac{5x}{7 - 7x}$;
 - 5) $\frac{2b}{2b + c} - \frac{4b^2}{4b^2 + 4bc + c^2}$;
 - 6) $\frac{2}{a^2 - 9} - \frac{1}{a^2 + 3a}$.
- 26.** Представьте в виде дроби выражение:
- 1) $\frac{a}{b} - 1$;
 - 2) $\frac{8}{x^2} - \frac{3}{x} + 2$;
 - 3) $5 - \frac{4m + 5n}{n}$;
 - 4) $\frac{4c + 3}{c - 1} - 3$;
 - 5) $\frac{a^2 + b^2}{2a - b} + 2a + b$;
 - 6) $m - \frac{25}{m - 5} - 5$.
- 27.** Упростите выражение:
- 1) $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{b}{a + b} + \frac{b}{b - a}$;
 - 2) $\frac{x + 7}{3x + 12} - \frac{2}{x} + \frac{7x + 40}{3x^2 + 12x}$;

- 3) $\frac{a-1}{3a^2+6a+3} - \frac{1}{2a+2};$
 4) $\frac{y+6}{4y+8} - \frac{y+2}{4y-8} + \frac{5}{y^2-4};$
 5) $\frac{a+3}{a^2+3a+9} - \frac{1}{a-3} + \frac{a^3+3a-9}{a^3-27}.$

**Умножение и деление рациональных дробей.
Возведение рациональной дроби в степень**

28. Выполните умножение:

- 1) $\frac{4x}{y} \cdot \frac{y}{12x};$ 4) $18y^3 \cdot \frac{4x^2}{9y^5};$
 2) $\frac{a^3b}{15c} \cdot \left(-\frac{3c}{a^2b^2}\right);$ 5) $\frac{28m^5}{23n^4} \cdot 46n^6;$
 3) $\frac{24p^6}{35q^4} \cdot \frac{49q}{16p^4};$ 6) $\frac{2a^4b}{9c^2d} \cdot \frac{15a^2d^5}{16b^3c} \cdot \frac{12c^3b^2}{35a^5d^4}.$

29. Упростите выражение:

- 1) $\frac{ab-b^2}{8} \cdot \frac{32a}{b^3};$
 2) $\frac{m^2-mn}{m^2+mn} \cdot \frac{m^2n+mn^2}{m^3-m^2n};$
 3) $\frac{x^2-16}{x^3-3x^2} \cdot \frac{x^2-9}{x^2+4x};$
 4) $\frac{5y^2-20y+20}{y^3-1} \cdot \frac{3y^2+3y+3}{10y-20}.$

30. Выполните возведение в степень:

- 1) $\left(\frac{m^6}{n^3}\right)^2;$ 2) $\left(-\frac{3a}{2b^2}\right)^4;$ 3) $\left(-\frac{5a^3b^4}{3c^5d^7}\right)^3.$

31. Выполните деление:

- 1) $\frac{16x^3}{9y^4} : \frac{8x^8}{27y^6};$ 4) $\frac{48x^4y^3}{49z^9} : (16x^7y^8);$
 2) $\frac{18m^3n^4}{25p^6q^{10}} : \left(-\frac{4m^2n^9}{75p^5q^{12}}\right);$ 5) $\frac{11a^5b^{12}}{12cd^6} : \frac{55a^3b^2}{18c^7d^4} : \frac{21b^6d^2}{20a^7c^3};$
 3) $28a^{18}b^{19} : \frac{14a^{20}b^{15}}{15c^4};$ 6) $\left(-\frac{2p^4q^2}{5m^8}\right)^3 : \left(-\frac{2p^5q^3}{5m^6}\right)^4.$

32. Выполните деление:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x+1}{3x} : \frac{x^2 + 2x + 1}{9x^2}; & 3) (n-7) : \frac{n^2 - 14n + 49}{n^2 - 49}; \\ 2) \frac{x^2 - 2x}{3x+3} : \frac{5x-10}{x+1}; & 4) \frac{a^2 - 4b^2}{9a^2 - b^2} : \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{9a^2 - 6ab + b^2}. \end{array}$$

33. Известно, что $x - \frac{1}{x} = 5$. Найдите значение выражения $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

34. Известно, что $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$. Найдите значение выражения $x + \frac{1}{x}$.

Тождественные преобразования рациональных выражений

35. Упростите выражение:

$$\begin{array}{l} 1) \left(\frac{a-2}{a+2} - \frac{a+2}{a-2} \right) : \frac{12a^2}{4-a^2}; \\ 2) \left(\frac{8x}{x-2} + 2x \right) : \frac{4x+8}{7x-14}; \\ 3) \frac{5a}{a+3} + \frac{a-6}{3a+9} \cdot \frac{135}{6a-a^2}; \\ 4) \left(\frac{3m}{m+5} - \frac{8m}{m^2+10m+25} \right) : \frac{3m+7}{m^2-25} + \frac{5m-25}{m+5}; \\ 5) \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right) : \left(\frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{xy+y^2} \right); \\ 6) \left(\frac{a}{a-4} - \frac{a}{a+4} - \frac{a^2+16}{16-a^2} \right) : \frac{4a+a^2}{(4-a)^2}. \end{array}$$

36. Докажите тождество:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{b+2}{b^2-2b+1} : \frac{b^2-4}{3b-3} - \frac{3}{b-2} = \frac{3}{1-b}; \\ 2) \left(\frac{1}{(a-2)^2} + \frac{2}{a^2-4} + \frac{1}{(a+2)^2} \right) : \frac{2a}{(a^2-4)^2} = 2a. \end{array}$$

- 37.** Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\left(\frac{1}{a+3} - \frac{27}{a^3 + 27} + \frac{9}{a^2 - 3a + 9} \right) \cdot \left(a - \frac{6a - 9}{a + 3} \right)$$

не зависит от значения a .

- 38.** Упростите выражение:

$$1) \frac{\frac{m-14m+49}{m}}{\frac{7}{m}-1}; \quad 2) \frac{\frac{b}{b-1}-\frac{b+1}{b}}{\frac{b}{b+1}-\frac{b-1}{b}}.$$

Равносильные уравнения.

Рациональные уравнения

- 39.** Равносильны ли уравнения:

- 1) $x - 3 = 5$ и $7x = 56$;
- 2) $x + 2 = 0$ и $x(x + 2) = 0$;
- 3) $x^2 = -1$ и $|x| = -2$;
- 4) $x + 3 = 3 + x$ и $\frac{x+3}{x+3} = 1?$

- 40.** Составьте уравнение, равносильное данному:

- 1) $3x - 2 = 7$;
- 2) $|x| = 2$;
- 3) $x - 1 = x + 3$.

- 41.** Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x+4}{x-1}=0; & 5) \frac{x-1}{x+2}=\frac{2x-1}{2x+1}; \\ 2) \frac{x^2-9}{x-3}=0; & 6) \frac{3x-5}{x-1}-\frac{2x-5}{x-2}=1; \\ 3) \frac{x+5}{x^2-25}=0; & 7) \frac{x^2+9}{x^2-1}=\frac{x-2}{x+1}-\frac{5}{1-x}; \\ 4) \frac{3}{x-4}-\frac{2}{x+4}=0; & 8) \frac{1}{x^2-6x}+\frac{1}{x^2+6x}=\frac{2x}{x^2-36}. \end{array}$$

- 42.** Для каждого значения a решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x-3}{x-a}=0; & 3) \frac{a(x-a)}{x-2}=0; \\ 2) \frac{x-a}{x-2}=0; & 4) \frac{(x-5)(x+6)}{x-a}=0. \end{array}$$

Степень с целым отрицательным показателем

43. Вычислите:

- 1) 12^{-2} ; 4) $(-5)^{-3}$; 7) $\left(-\frac{7}{9}\right)^{-2}$; 10) $1,6^{-2}$.
 2) 3^{-4} ; 5) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-1}$; 8) $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-1}$;
 3) $(-2)^{-6}$; 6) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$; 9) $0,3^{-2}$;

44. Найдите значение выражения:

- 1) $10^{-1} + 5^{-2}$; 3) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot 2^{-3}$.
 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (-1,7)^0 - 2^{-3}$;

45. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

$$1) \frac{2a^{-5}c^{-3}d^{10}}{5xy^{-20}z^4}; \quad 2) \frac{3^{-1}a^3b^{-5}c^{-7}}{2,6^0x^{-5}y^0z^{-30}}.$$

46. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

- 1) 28 000; 4) 0,00007; 7) $39 \cdot 10^7$;
 2) 12; 5) 0,21; 8) $45 \cdot 10^{-4}$.
 3) 0,0034; 6) $320 \cdot 10^3$;

47. Число, представленное в стандартном виде, запишите в виде натурального числа или десятичной дроби:

$$1) 3,5 \cdot 10^3; \quad 2) 1,6 \cdot 10^{-3}.$$

48. Сравните:

- 1) $8,6 \cdot 10^{10}$ и $2,3 \cdot 10^{11}$; 3) $1,23 \cdot 10^6$ и $0,12 \cdot 10^7$;
 2) $4,7 \cdot 10^{-6}$ и $5,9 \cdot 10^{-7}$; 4) $31,6 \cdot 10^{-8}$ и $0,061 \cdot 10^{-6}$.

49. Порядок некоторого натурального числа равен 5. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

50. Десятичная запись некоторого натурального числа состоит из шести цифр. Чему равен порядок этого числа?

Свойства степени с целым показателем51. Представьте выражение в виде степени с основанием a или произведения степеней с разными основаниями:

- 1) $a^{-8} \cdot a^{12}$; 7) $(a^{-4})^8$;
 2) $a^7 \cdot a^{-11}$; 8) $(a^3)^{-7} \cdot (a^{-4})^{-5} : (a^{-5})^8$;
 3) $a^{-6} \cdot a^{10} \cdot a^{-20}$; 9) $(a^5 b^{-3} c^4)^{-10}$;
 4) $a^{-3} : a^5$; 10) $(a^2 b^{-3})^{-3} \cdot (a^{-4} b^{-9})^6$;
 5) $a^{-4} : a^{-12}$; 11) $\left(\frac{a^{12} b^{-4}}{c^5 d^{-13}} \right)^{-2}$;
 6) $a^{17} \cdot a^{-23} : a^{-15}$; 12) $\left(\frac{a^7}{b^{-3}} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{a^{-3}}{b^9} \right)^{-12}$.

52. Найдите значение выражения:

- 1) $7^5 \cdot 7^{-7}$; 4) $3^{-14} \cdot 3^{-19} : 3^{-34}$;
 2) $10^{-12} \cdot 10^{15}$; 5) $(13^{-9})^4 \cdot (13^{-2})^{-18}$;
 3) $5^{-12} : 5^{-16}$; 6) $\frac{2^{-4} \cdot (2^{-3})^5}{(2^{-8})^2 \cdot 2^{-3}}$.

53. Найдите значение выражения:

- 1) $27^{-3} : 81^{-2}$; 3) $\frac{21^5 \cdot 3^{-7}}{63^{-2} \cdot 7^8}$;
 2) $\frac{(-36)^{-3} \cdot 6^4}{216^{-4} \cdot (-6)^9}$; 4) $\frac{(0,2)^{-6} \cdot 25^{-7}}{125^{-3}}$.

54. Упростите выражение:

- 1) $\frac{1}{3} p^{-2} q^{-5} \cdot \frac{9}{5} p^6 q^3$; 3) $0,45 m^{-3} n^2 p^{-4} \cdot 1 \frac{1}{9} m^8 n^{-11} p^6$;
 2) $-0,4 b^{-3} c^7 \cdot 1,5 b^2 c^{-6}$; 4) $5 a^{-6} \cdot (-3 a^{-2} b^3)^{-2}$.

55. Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

- 1) $\frac{17x^{-8}}{14y^{-12}} \cdot \frac{28y}{51x^{-21}}$;
 2) $-1,6m^{-4}n^3 \cdot (-2m^{-3}p^{-6})^{-3}$;
 3) $2\frac{1}{4}a^{-5}b \cdot \left(1\frac{1}{2}a^{-1}b^{-3}\right)^{-3}$;
 4) $(-10a^{-2}bc^{-11})^{-2} \cdot (0,1bc^{-2})^{-3}$;
 5) $\left(-\frac{1}{5}a^{-3}b^{-7}\right)^{-3} \cdot (-5a^2b^6)^{-2}$;
 6) $\left(\frac{8p^{-4}}{q^{-1}}\right)^{-2} \cdot (16p^{-6}q^3)^3$.

- 56.** Выполните вычисления и запишите результат в стандартном виде:
- 1) $(2,4 \cdot 10^5) \cdot (6 \cdot 10^{-3})$;
 - 3) $\frac{3,2 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^7}$;
 - 2) $(4 \cdot 10^{-7}) \cdot (4,6 \cdot 10^{-8})$;
 - 4) $\frac{1,2 \cdot 10^6}{2,4 \cdot 10^3}$.
- 57.** Упростите выражение:
- 1) $(a^{-3} + 2)(a^{-3} - 2) - (a^{-3} + 3)^2$;
 - 2) $\frac{x^{-2} - y^{-2}}{x^{-1} - y^{-1}}$;
 - 3) $\frac{x^{-2} - 5y^{-4}}{4x^{-1}y^{-2} + 4y^{-4}} + \frac{y^{-2}}{x^{-1} + y^{-2}}$;
 - 4) $\frac{x^{-2} + y^{-2}}{x^{-6}} : \frac{x^{-2}y^{-2} + x^{-4}}{x^{-4}}$.
- 58.** Упростите выражение и запишите результат в виде рационального выражения, не содержащего степени с отрицательным показателем:
- 1) $\frac{x^{-3} - 3}{x^{-5}} - \frac{x^{-6} - 9}{x^{-5}} \cdot \frac{1}{x^{-3} - 3}$;
 - 2) $\left(\frac{a^{-5}}{a^{-5} - 6} - \frac{2a^{-5}}{a^{-10} - 12a^{-5} + 36} \right) \cdot \frac{36 - a^{-10}}{a^{-5} - 8} + \frac{12a^{-5}}{a^{-5} - 6}$.
- Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график**
- 59.** Данна функция $y = -\frac{48}{x}$. Найдите:
- 1) значение функции, если значение аргумента равно: $-3; 6; 0,4$;
 - 2) значение аргумента, при котором значение функции равно: $12; -36; 100$.
- 60.** Постройте график функции $y = \frac{12}{x}$. Пользуясь графиком, найдите:
- 1) значение функции, если значение аргумента равно -4 ;
 - 2) значение аргумента, при котором значение функции равно -6 ;
 - 3) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения.

- 61.** Не выполняя построения графика функции $y = \frac{36}{x}$, определите, проходит ли этот график через точку:
- 1) $A(4; 9)$; 3) $C(6; -6)$;
 - 2) $B(-12; -3)$; 4) $D(4,5; 8)$.
- 62.** Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку: 1) $A(-5; 8)$; 2) $B\left(\frac{1}{3}; -6\right)$; 3) $C(-0,6; -1,2)$.
- 63.** Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = x + 5$ и определите координаты точек их пересечения.
- 64.** Постройте график функции $y = \frac{7}{|x|}$.
- 65.** Постройте график функции:
- 1) $y = \begin{cases} -\frac{8}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ 7 - x, & \text{если } x > -1; \end{cases}$
 - 2) $y = \begin{cases} 2x + 2, & \text{если } x \leq 1, \\ \frac{4}{x}, & \text{если } 1 < x < 2, \\ 2, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$
- 66.** Постройте график функции:
- 1) $y = \frac{9x - 27}{x^2 - 3x}$;
 - 2) $y = \frac{40 - 10x^2}{x^3 - 4x}$.

Функция $y = x^2$ и её график

- 67.** Не выполняя построения графика функции $y = x^2$, определите, проходит ли этот график через точку:
- 1) $D(-7; 49)$;
 - 2) $E(-4; -16)$;
 - 3) $F(0,3; 0,9)$.
- 68.** Решите графически уравнение:
- 1) $x^2 = 5x - 6$;
 - 2) $x^2 - x + 2 = 0$.
- 69.** Данна функция $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 1, \\ 2 - x, & \text{если } x > 1. \end{cases}$
- 1) Найдите $f(-2), f(1), f(3)$.
 - 2) Постройте график данной функции.

Квадратные корни.
Арифметический квадратный корень

70. Имеет ли смысл выражение:

1) $\sqrt{5}$; 2) $-\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{-5}$; 4) $\sqrt{(-5)^2}$?

71. Найдите значение выражения:

1) $0,2\sqrt{400} - \frac{1}{3}\sqrt{81}$;

2) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{0,09} + \sqrt{2^3 + 1}$;

3) $5\sqrt{0,64} - \sqrt{5^2 + 12^2}$;

4) $\sqrt{5\frac{4}{9}} - \sqrt{1\frac{11}{25}} + 0,07\sqrt{10\,000}$.

72. Найдите значение выражения:

1) $(\sqrt{6})^2 - \sqrt{1,69}$; 3) $18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)^2 - \frac{1}{6} \cdot (4\sqrt{3})^2$;

2) $(2\sqrt{7})^2 - (5\sqrt{2})^2$; 4) $\sqrt{961} - \left(\frac{1}{5}\sqrt{125}\right)^2$.

73. При каких значениях a имеет смысл выражение:

1) $\sqrt{a-3}$; 3) $\sqrt{(a-3)^2}$; 5) $\sqrt{-a-3}$;

2) $\sqrt{4-a}$; 4) $\sqrt{a^4+1}$; 6) $\sqrt{-(a-3)^6}$?

74. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x} = 5$; 7) $\sqrt{6x-3} = 0$;

2) $\sqrt{x} = \frac{2}{7}$; 8) $\sqrt{6x-3} = 2$;

3) $\sqrt{x}-8=0$; 9) $\frac{21}{\sqrt{x}}=3$;

4) $2\sqrt{x}-9=0$; 10) $\frac{10}{\sqrt{x-4}}=5$;

5) $\frac{1}{3}\sqrt{x}+4=0$; 11) $\sqrt{3+\sqrt{5+\sqrt{x}}}=3$;

6) $\sqrt{6x}-3=0$; 12) $(x-1)\sqrt{x^2-4}=0$.

75. Решите уравнение:

1) $x^2=4$; 4) $x^2=-36$;

2) $x^2=17$; 5) $(x+3)^2=100$;

3) $(x-8)^2=0$; 6) $(x-4)^2=6$.

76. При каких значениях a уравнение $x^2 = a + 3$:
- 1) имеет два корня;
 - 3) не имеет корней?
 - 2) имеет один корень;
77. При каких значениях a уравнение $(a - 10)x^2 = 3$:
- 1) имеет корни;
 - 2) не имеет корней?
78. Для каждого значения a решите уравнение:
- 1) $\sqrt{x} = a - 2$;
 - 3) $\sqrt{a(x - 2)} = 0$;
 - 2) $(a - 2)\sqrt{x} = 0$;
 - 4) $(a - 2)\sqrt{x} = a - 2$.

Множество и его элементы

79. Известно, что A — множество однозначных простых чисел. Поставьте вместо звёздочки знак \in или \notin так, чтобы получилось верное утверждение:
- 1) $5 * A$;
 - 2) $2 * A$;
 - 3) $1 * A$;
 - 4) $8 * A$.
80. Запишите множество корней уравнения:
- 1) $3x - 7 = 0$;
 - 3) $(x - 1)(x^2 - 1) = 0$.
 - 2) $(x - 8)(x + 9) = 0$;
81. Задайте перечислением элементов множество:
- 1) правильных дробей со знаменателем 5;
 - 2) букв слова «физика»;
 - 3) цифр числа 1 230 321.
82. Равны ли множества A и B , если:
- 1) $A = \{2, 4\}$, $B = \{4, 2\}$;
 - 2) $A = \{(2; 4)\}$, $B = \{(4; 2)\}$;
 - 3) A — множество корней уравнения $x^2 + 5 = 0$, $B = \emptyset$;
 - 4) A — множество прямоугольных равнобедренных треугольников, B — множество прямоугольных треугольников с углом 45° ?

Подмножество. Операции над множествами

83. Пусть A — множество цифр числа 2 342. Является ли множество цифр числа x подмножеством множества A , если:
- 1) $x = 43$;
 - 3) $x = 321$;
 - 2) $x = 444\ 444$;
 - 4) $x = 323\ 245$?
84. Запишите все подмножества множества $\{1, 2, 3\}$.

- 85.** Найдите пересечение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 66 790, B — множество цифр числа 40 075;
 - 2) A — множество делителей числа 24, B — множество чисел, кратных числу 6;
 - 3) A — множество однозначных чисел, B — множество составных чисел;
 - 4) A — множество двузначных чисел, B — множество чисел, кратных числу 75;
 - 5) A — множество параллелограммов, B — множество прямоугольников.
- 86.** Найдите объединение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 7 786, B — множество цифр числа 5 078;
 - 2) A — множество делителей числа 12, B — множество делителей числа 16;
 - 3) A — множество параллелограммов, B — множество прямоугольников.

Числовые множества

- 87.** Верно ли утверждение:
- 1) $8 \in N$;
 - 2) $8 \in Z$;
 - 3) $8 \notin Q$;
 - 4) $8 \in R$;
 - 5) $-5,4 \in N$;
 - 6) $-5,4 \notin Q$;
 - 7) $-5,4 \in R$;
 - 8) $\sqrt{3} \in Q$;
 - 9) $\sqrt{3} \in R$;
 - 10) $\sqrt{25} \notin N$;
 - 11) $\sqrt{25} \in Z$;
 - 12) $\sqrt{25} \in Q$?
- 88.** Сравните числа:
- 1) $\frac{5}{9}$ и $0,55$;
 - 2) $5,(16)$ и $5,16$;
 - 3) $-2,(35)$ и $-2,35$;
 - 4) $6,(23)$ и $6,(24)$.

Свойства арифметического квадратного корня

- 89.** Найдите значение выражения:
- 1) $\sqrt{16,4^2}$;
 - 2) $\sqrt{(-1,37)^2}$;
 - 3) $\frac{1}{4}\sqrt{84^2}$;
 - 4) $-2,6\sqrt{(-5)^2}$;
 - 5) $\sqrt{6^4}$;
 - 6) $\sqrt{(-11)^4}$.

90. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{64 \cdot 36}$; 4) $\sqrt{1 \frac{9}{16} \cdot \frac{49}{169}}$;

2) $\sqrt{0,04 \cdot 81}$; 5) $\sqrt{3^8 \cdot 10^4}$;

3) $\sqrt{0,25 \cdot 0,09 \cdot 144}$; 6) $\sqrt{(-3)^4 \cdot 0,1^6 \cdot (-5)^2}$.

91. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$; 3) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{3}}$;

2) $\sqrt{160} \cdot \sqrt{250}$; 4) $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{0,016}}$.

92. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{18 \cdot 128}$; 3) $\sqrt{2,5 \cdot 16,9}$;

2) $\sqrt{162 \cdot 50}$; 4) $\sqrt{2250 \cdot 1,6}$.

93. Упростите выражение:

1) $\sqrt{16x^{14}}$, если $x \leq 0$;

2) $\sqrt{4x^8y^2}$, если $y \geq 0$;

3) $\sqrt{0,64x^6y^{10}}$, если $x \geq 0$, $y \leq 0$;

4) $\frac{\sqrt{a^{10}b^{20}c^{30}}}{a^2b^3c^4}$, если $a > 0$, $c < 0$;

5) $\frac{1,4x^5}{y^2} \sqrt{\frac{y^{14}}{0,49x^8}}$, если $y > 0$;

6) $-0,2a^3\sqrt{1,21a^{18}b^{16}}$, если $a \leq 0$.

94. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x^2} - x + 1$, если $x \geq 0$;

2) $y = \sqrt{x^2} - 2x + 5$, если $x \leq 0$;

3) $y = \sqrt{x^2} + 1$.

95. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x^2} = x + 3$; 2) $\sqrt{x^2} = 2 - x$.

**Тождественные преобразования выражений,
содержащих арифметические квадратные корни**

96. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{72}$; 4) $\sqrt{0,98}$; 7) $-100\sqrt{0,08}$;

2) $\sqrt{80}$; 5) $\frac{1}{2}\sqrt{44}$; 8) $\frac{2}{3}\sqrt{6\frac{3}{4}}$.

3) $\sqrt{300}$; 6) $-2,4\sqrt{75}$;

97. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{2a^2}$, если $a \geq 0$; 6) $\sqrt{x^4y^{11}}$, если $x \neq 0$;

2) $\sqrt{7b^2}$, если $b \leq 0$; 7) $\sqrt{9a^2b}$, если $a < 0$;

3) $\sqrt{8a^4}$; 8) $\sqrt{a^3b^3}$, если $a \leq 0$, $b \leq 0$;

4) $\sqrt{x^9}$; 9) $\sqrt{36a^2b^{15}}$, если $a > 0$;

5) $\sqrt{-a^7}$; 10) $\sqrt{500a^7b^{14}}$, если $b < 0$.

98. Внесите множитель под знак корня:

1) $4\sqrt{3}$; 4) $\frac{1}{7}\sqrt{98}$; 7) $-0,3\sqrt{10}$;

2) $2\sqrt{5}$; 5) $\frac{2}{3}\sqrt{45}$; 8) $6\sqrt{a}$.

3) $0,1\sqrt{13}$; 6) $-8\sqrt{2}$;

99. Внесите множитель под знак корня:

1) $a\sqrt{11}$; 4) $5x\sqrt{\frac{x}{5}}$;

2) $a\sqrt{b}$, если $a \geq 0$; 5) $(a+2)\sqrt{\frac{1}{a+2}}$;

3) $a^5\sqrt{-a}$; 6) $(a-3)\sqrt{\frac{1}{9-3a}}$.

100. Упростите выражение:

1) $\sqrt{16a} + \sqrt{100a} - \sqrt{81a}$;

2) $\sqrt{20} - \sqrt{125} + \sqrt{405}$;

3) $4\sqrt{27b} - 5\sqrt{48b} + \frac{1}{4}\sqrt{192b}$.

101. Выполните умножение:

- 1) $(\sqrt{99} - \sqrt{44}) \cdot \sqrt{11}$;
- 2) $(4\sqrt{6} - \sqrt{54} + \sqrt{24}) \cdot \sqrt{6}$;
- 3) $(12 - \sqrt{7})(3 + 2\sqrt{7})$;
- 4) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{5})$;
- 5) $(\sqrt{14} - \sqrt{10})(\sqrt{14} + \sqrt{10})$;
- 6) $(3\sqrt{a} + 7\sqrt{b})(3\sqrt{a} - 7\sqrt{b})$;
- 7) $(\sqrt{7} + 1)^2$;
- 8) $(4\sqrt{5} - 5\sqrt{2})^2$.

102. Упростите выражение:

- 1) $(3\sqrt{6} + 5\sqrt{8} - 4\sqrt{32}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{108}$;
- 2) $(\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(7\sqrt{2} - \sqrt{5}) - (\sqrt{10} - 2\sqrt{5})^2$;
- 3) $(7 - \sqrt{3})^2 + (4 + \sqrt{3})^2$;
- 4) $(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^2$.

103. Сократите дробь:

- 1) $\frac{x^2 - 11}{x + \sqrt{11}}$;
- 2) $\frac{\sqrt{x} - 12}{x - 144}$;
- 3) $\frac{a + 3\sqrt{a}}{a - 9}$;
- 4) $\frac{17 - \sqrt{17}}{\sqrt{17}}$;
- 5) $\frac{m - 12\sqrt{m} + 36}{m - 36}$;
- 6) $\frac{\sqrt{21} - 3}{7 - \sqrt{21}}$.

104. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- 1) $\frac{6}{\sqrt{17}}$;
- 2) $\frac{12}{\sqrt{3}}$;
- 3) $\frac{30}{7\sqrt{5}}$;
- 4) $\frac{a^3}{b\sqrt{a}}$;
- 5) $\frac{x - 3}{\sqrt{x - 3}}$;
- 6) $\frac{1}{\sqrt{26} - 1}$;
- 7) $\frac{35}{\sqrt{37} + \sqrt{2}}$;
- 8) $\frac{16}{\sqrt{47} - \sqrt{15}}$;
- 9) $\frac{x - 4}{\sqrt{x + 5} - 3}$;
- 10) $\frac{x^2 + 4x}{\sqrt{x + 8} - 2}$;
- 11) $\frac{x^2 - 16}{3 - \sqrt{x + 5}}$;
- 12) $\frac{x}{\sqrt{3 - x} + \sqrt{3 + 2x}}$.

105. Найдите значение выражения:

1) $\frac{12}{12 - 5\sqrt{6}} - \frac{12}{12 + 5\sqrt{6}};$

2) $\frac{3}{\sqrt{7 + \sqrt{24}} - 1} - \frac{3}{\sqrt{7 + \sqrt{24}} + 1};$

3) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}.$

106. Упростите выражение:

1) $\frac{a}{a-1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1};$

3) $\frac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}} : \frac{x-36}{4x};$

2) $\frac{a+b}{\sqrt{ab}-b} - \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$

4) $\left(\frac{\sqrt{a}-5}{\sqrt{a}+5} + \frac{20\sqrt{a}}{a-25} \right) : \frac{\sqrt{a}+5}{a-5\sqrt{a}}.$

107. Известно, что $\sqrt{8+a} + \sqrt{3-a} = 4$. Найдите значение выражения $\sqrt{(8+a)(3-a)}$.

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

108. Не выполняя построения графика функции $y = \sqrt{x}$, определите, через какие из данных точек проходит этот график:

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1) A (4; 2); | 4) D (-100; 10); |
| 2) B (16; -4); | 5) E (12,25; 3,5). |
| 3) C (0,09; 0,3); | |

109. Сравните:

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) $\sqrt{68}$ и $\sqrt{73}$; | 6) $\sqrt{38}$ и $2\sqrt{10}$; |
| 2) $\sqrt{2,9}$ и $\sqrt{2,1}$; | 7) $6\sqrt{5}$ и $5\sqrt{6}$; |
| 3) 4 и $\sqrt{17}$; | 8) $0,3\sqrt{3\frac{1}{3}}$ и $\sqrt{0,5}$; |
| 4) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ и 1; | 9) $\frac{2}{5}\sqrt{62\frac{1}{2}}$ и $\frac{4}{3}\sqrt{5\frac{5}{8}}$. |
| 5) -8 и $-\sqrt{63}$; | |

- 110.** Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графика функции $y = \sqrt{x}$ и прямой:
- 1) $y = 3$; 3) $y = -4$;
 - 2) $y = 0,7$; 4) $y = 300$.
- 111.** Расположите в порядке возрастания числа: 7 ; $\sqrt{46}$; $6,8$; $\sqrt{50}$; $7,2$.
- 112.** Между какими двумя последовательными целыми числами находится на координатной прямой число:
- 1) $\sqrt{11}$; 3) $\sqrt{0,93}$;
 - 2) $\sqrt{34}$; 4) $-\sqrt{63,25}$?
- 113.** Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:
- 1) 7 и $\sqrt{102}$; 3) $-\sqrt{29}$ и $-4,2$;
 - 2) $\sqrt{6}$ и $\sqrt{73}$; 4) $-\sqrt{37}$ и $1,2$.
- 114.** При каких значениях x выполняется неравенство:
- 1) $\sqrt{x} \geq 4$;
 - 2) $\sqrt{x} < 3$;
 - 3) $7 < \sqrt{x} \leq 10$?
- 115.** Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 2$ и определите координаты точки их пересечения.
- 116.** Упростите выражение:
- 1) $\sqrt{(4 - \sqrt{3})^2}$;
 - 2) $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2}$;
 - 3) $\sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{8})^2}$;
 - 4) $\sqrt{(8 - \sqrt{11})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2}$;
 - 5) $\sqrt{(\sqrt{23} - 7)^2} - \sqrt{(\sqrt{23} - 3)^2}$.
- 117.** Упростите выражение:
- 1) $\sqrt{27 + 10\sqrt{2}}$;
 - 2) $\sqrt{14 - 2\sqrt{13}}$;
 - 3) $\sqrt{25 + 4\sqrt{21}} + \sqrt{70 - 14\sqrt{21}}$;
 - 4) $\sqrt{24 - 6\sqrt{15}} - \sqrt{115 - 20\sqrt{15}}$.
- 118.** Упростите выражение:
- 1) $\sqrt{(\sqrt{a} + 2)^2 - 8\sqrt{a}} + \sqrt{(\sqrt{a} - 1)^2 + 4\sqrt{a}}$;
 - 2) $\sqrt{a + 2\sqrt{a + 1} + 2} + \sqrt{a - 2\sqrt{a + 1} + 2}$.

Квадратные уравнения.
Решение неполных квадратных уравнений

- 119.** Составьте квадратное уравнение, в котором:
- 1) старший коэффициент равен 5, второй коэффициент равен 6, а свободный член равен 1;
 - 2) старший коэффициент равен $\frac{1}{8}$, второй коэффициент равен 0, а свободный член равен -9.
- 120.** Какие из чисел 1; 0; 3; -2; -8 являются корнями уравнения $x^2 + 7x - 8 = 0$?
- 121.** Решите уравнение:
- 1) $5x^2 - 20 = 0$;
 - 2) $x^2 + 12x = 0$;
 - 3) $6x^2 - 18 = 0$;
 - 4) $3x^2 - 24x = 0$;
 - 5) $49x^2 - 9 = 0$;
 - 6) $x^2 + 25 = 0$.
- 122.** Решите уравнение:
- 1) $(x - 1)(x - 2) + (x + 4)(x - 4) + 3x = 0$;
 - 2) $(2x - 7)^2 - 7(7 - 2x) = 0$.
- 123.** При каком значении a число 3 является корнем уравнения $x^2 + ax - 51 = 0$?
- 124.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 8|x| = 0$;
 - 2) $x^2 - 4|x| + 5x = 0$.

Формула корней квадратного уравнения

- 125.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 + 5x - 14 = 0$;
 - 2) $x^2 - 14x + 40 = 0$;
 - 3) $3y^2 - 13y + 4 = 0$;
 - 4) $12m^2 + m - 6 = 0$;
 - 5) $x^2 + 6x - 2 = 0$;
 - 6) $3x^2 - 4x - 5 = 0$;
 - 7) $25x^2 + 60x + 36 = 0$;
 - 8) $x^2 - 8x + 18 = 0$.
- 126.** Решите уравнение:
- 1) $(4x + 1)(x - 3) = 12$;
 - 2) $(x + 2)(x - 3) - (2x - 5)(x + 3) = x(x - 5)$;
 - 3) $(6x - 5)^2 + (3x - 2)(3x + 2) = 36$.
- 127.** Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 36 см², а одна из сторон на 9 см больше другой.
- 128.** Решите уравнение:
- 1) $3x^2 - 5x\sqrt{3} + 6 = 0$;
 - 2) $x^2 + x(1 - \sqrt{5}) - \sqrt{5} = 0$.

- 129.** При каких значениях a число $\frac{1}{3}$ является корнем уравнения $a^2x^2 + ax - 2 = 0$?
- 130.** Найдите стороны прямоугольного треугольника, если один из его катетов на 14 см больше другого катета и на 2 см меньше гипотенузы.
- 131.** Найдите стороны прямоугольника, если их разность равна 23 см, а диагональ прямоугольника — 37 см.
- 132.** Найдите три последовательных натуральных числа, если удвоенный квадрат первого из них на 26 больше произведения второго и третьего чисел.
- 133.** Найдите четыре последовательных чётных натуральных числа, если утроенное произведение второго и третьего чисел на 344 больше произведения первого и четвёртого чисел.
- 134.** Сколько сторон имеет многоугольник, если в нём можно провести 20 диагоналей?
- 135.** Решите уравнение:
- 1) $|x^2 - x - 1| = 1;$
 - 3) $x|x| + 8x - 7 = 0;$
 - 2) $x^2 - 2|x| - 8 = 0;$
 - 4) $x^2 + 7\sqrt{x^2} - 18 = 0.$
- 136.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 6x + \frac{7}{x-5} = \frac{7}{x-5} - 5;$
 - 2) $(\sqrt{x}-3)(18x^2 - 9x - 5) = 0;$
 - 3) $(x^2 + 16x)(\sqrt{x}-2)(x^2 - 2x - 24) = 0.$
- 137.** Решите уравнение:
- 1) $\sqrt{x^2 + 3x - 10} + \sqrt{x^2 - 10x + 16} = 0;$
 - 2) $x^2 - 12x + 36 + |x^2 - 4x - 12| = 0;$
 - 3) $\sqrt{x^2 - 121} + |x^2 + 2x - 63| = 0.$
- 138.** При каком значении b имеет единственный корень уравнение:
- 1) $10x^2 + 4x + b = 0;$
 - 2) $2x^2 + bx + 8 = 0?$
- 139.** Для каждого значения a решите уравнение:
- 1) $x^2 + (1 - 5a)x + 4a^2 - a = 0;$
 - 2) $x^2 - (3a + 4)x + 12a = 0;$
 - 3) $2(a - 1)x^2 + (a + 1)x + 1 = 0.$

140. При каких значениях b имеет единственный корень уравнение:

- 1) $bx^2 - 3x - 7 = 0$;
- 2) $(b+1)x^2 + (b+3)x + 2 = 0$;
- 3) $(b+5)x^2 + (2b+10)x + 4 = 0$?

Теорема Виета

141. Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:

- 1) $x^2 + 17x - 38 = 0$;
- 3) $3x^2 - 8x - 14 = 0$;
- 2) $x^2 - 16x + 4 = 0$;
- 4) $7x^2 + 23x + 5 = 0$.

142. Найдите коэффициенты b и c уравнения $x^2 + bx + c = 0$, если его корнями являются числа:

- 1) -7 и 14;
- 2) $\frac{1}{6}$ и $-\frac{1}{2}$.

143. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:

- 1) 4 и 9;
- 5) $-\frac{4}{9}$ и $-\frac{1}{6}$;
- 2) -3 и 8;
- 6) $3 - \sqrt{31}$ и $3 + \sqrt{31}$;
- 3) $\frac{2}{3}$ и 5;
- 7) $\sqrt{5}$ и $-\sqrt{5}$;
- 4) 0,2 и -6;
- 8) $-11 - 2\sqrt{3}$ и $-11 + 2\sqrt{3}$.

144. Число -12 является корнем уравнения $x^2 + 15x + q = 0$. Найдите значение q и второй корень уравнения.

145. Число 8 является корнем уравнения $x^2 + px - 32 = 0$. Найдите значение p и второй корень уравнения.

146. Число $\frac{2}{3}$ является корнем уравнения $6x^2 + bx - 3 = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.

147. Число -0,4 является корнем уравнения $2x^2 - 1,4x + c = 0$. Найдите значение c и второй корень уравнения.

148. При каком значении b корни уравнения $x^2 + bx - 7 = 0$ являются противоположными числами? Найдите эти корни.

- 149.** Один из корней уравнения $x^2 - 19x + q = 0$ на 3 больше другого. Найдите корни уравнения и значение q .
- 150.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + mx + 27 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 = 3x_2$. Найдите корни уравнения и значение m .
- 151.** Корни уравнения $x^2 + 27x + m = 0$ относятся как $4 : 5$. Найдите корни уравнения и значение m .
- 152.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 7x + p = 0$ удовлетворяют условию $3x_1 - 5x_2 = 5$. Найдите корни уравнения и значение p .
- 153.** Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 9x + 11 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:
- 1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 3) $x_1^2 + x_2^2$; 5) $(x_1 - x_2)^2$;
- 2) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$; 4) $x_1^3 + x_2^3$; 6) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.
- 154.** Составьте квадратное уравнение, корни которого на 1 больше соответствующих корней уравнения $x^2 + 5x - 7 = 0$.
- 155.** Составьте квадратное уравнение, корни которого в 4 раза больше соответствующих корней уравнения $2x^2 - 13x + 5 = 0$.
- 156.** Сумма квадратов корней уравнения $2x^2 + ax - 3 = 0$ равна $\frac{37}{4}$. Найдите значение a .

Квадратный трёхчлен

- 157.** Найдите корни квадратного трёхчлена:
- 1) $x^2 - 2x - 35$; 3) $x^2 - 10x + 18$.
- 2) $3x^2 + 16x + 5$;
- 158.** Разложите на множители квадратный трёхчлен:
- 1) $a^2 - 13a + 22$; 4) $-\frac{1}{6}x^2 - \frac{3}{2}x + 6$;
- 2) $-b^2 + 2b + 24$; 5) $\frac{1}{3}y^2 - \frac{1}{4}y - \frac{1}{12}$;
- 3) $100c^2 - 50c + 6$; 6) $12x^2 - 60x + 75$.

159. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3};$

6) $\frac{b^3 - 27}{5b^2 - 16b + 3};$

2) $\frac{2x + 10}{x^2 + x - 20};$

7) $\frac{9 - x^2}{15 - 2x - x^2};$

3) $\frac{2x^2 + 9x - 18}{4x^2 - 9};$

8) $\frac{y^2 - 8y + 12}{12y - y^2 - 20};$

4) $\frac{36a^2 - 12a + 1}{6a^2 + 11a - 2};$

9) $\frac{3x^2 + 2x - 1}{7x - 3x^2 - 2}.$

5) $\frac{m^2 + 8m - 9}{m^2 + 12m + 27};$

160. Постройте график функции:

1) $y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1};$
 2) $y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} - \frac{x^2 - 9}{x + 3}.$

161. Упростите выражение:

1) $\frac{3y^2 - 12}{2y^2 - 15y + 18} \cdot \frac{6 - y}{y + 2} + \frac{y}{3 - 2y};$

2) $\frac{y + 20}{4y^3 - 16y} : \left(\frac{y - 2}{6y^2 + 11y - 2} - \frac{4}{4 - y^2} \right);$

3) $\left(\frac{4a}{a^2 - 3a + 2} + \frac{2}{a^2 - 1} \right) : \frac{2a + 4}{a^2 - a - 2} - \frac{a}{a - 1}.$

162. Разложите на множители многочлен:

1) $x^2 - 2xy - 63y^2;$

2) $2a^2 + 7ab + 3b^2;$

3) $3t^2 + 11tn - 4n^2.$

163. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $(a^2 - a - 56)x = a^2 - 64;$

2) $(a^2 + 5a - 24)x = 2a^2 - 5a - 3.$

**Решение уравнений,
сводящихся к квадратным уравнениям**

164. Решите уравнение:

1) $x^4 - 50x^2 + 49 = 0;$

3) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0;$

2) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0;$

4) $3x^4 + 8x^2 - 3 = 0.$

165. Решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 + 8x}{x + 10} = \frac{20}{x + 10};$$

$$2) \frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 4} = \frac{2x - 2}{x^2 - 4};$$

$$3) \frac{5x + 3}{x + 5} = \frac{3x + 1}{x + 2};$$

$$4) \frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x + 5} = \frac{1}{4};$$

$$5) \frac{14}{x^2 - 2x} - \frac{21}{x^2 + 2x} = \frac{5}{x};$$

$$6) \frac{x + 5}{x - 2} - \frac{5}{x - 5} = \frac{x - 20}{(x - 5)(x - 2)};$$

$$7) \frac{1}{x + 6} + \frac{3}{x^2 - 6x} = \frac{72}{x^3 - 36x};$$

$$8) \frac{3}{x - 2} - \frac{13}{x^2 + 2x + 4} = \frac{26 + 5x}{x^3 - 8}.$$

166. Решите уравнение методом замены переменной:

$$1) (x^2 - 9)^2 - 4(x^2 - 9) + 3 = 0;$$

$$2) (x + 5)^4 - 10(x + 5)^2 + 9 = 0;$$

$$3) (x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8 = 0;$$

$$4) (x^2 + 4x - 4)^2 - 9x^2 - 36x + 44 = 0;$$

$$5) (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12;$$

$$6) (x^4 - 2x^2)^2 - 14(x^4 - 2x^2) = 15.$$

167. Решите уравнение методом замены переменной:

$$1) \frac{x^2}{(2x + 3)^2} - \frac{3x}{2x + 3} + 2 = 0;$$

$$2) \frac{x - 3}{x + 2} + \frac{x + 2}{x - 3} = 4\frac{1}{4};$$

$$3) \frac{x - 1}{x} - \frac{3x}{2(x - 1)} = -\frac{5}{2};$$

$$4) \frac{3x + 4}{x - 2} - \frac{6(x - 2)}{3x + 4} = 1;$$

$$5) \frac{\frac{x^2 + x - 3}{2}}{2} - \frac{3}{2x^2 + 2x - 6} = 1;$$

$$6) \frac{x^2 - x - 1}{x} - \frac{6x}{x^2 - x - 1} = 5;$$

$$7) \frac{1}{x^2 - 3x + 3} + \frac{2}{x^2 - 3x + 4} = \frac{6}{x^2 - 3x + 5};$$

$$8) \frac{8}{x^2 - 6x + 12} - x^2 + 6x = 10.$$

168. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 - 5x + 6}{x - a} = 0;$$

$$2) \frac{x - a}{x^2 - 5x + 6} = 0;$$

$$3) \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x-2} = 0; \quad 4) \frac{x^2 - (a+3)x + 2a+2}{x-2} = 0.$$

- 169.** При каких значениях a уравнение $\frac{x^2 - ax + 2}{x - 3} = 0$ имеет единственный корень?

**Рациональные уравнения
как математические модели реальных ситуаций**

- 170.** Скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому 60 км он проезжает на 1 ч быстрее второго велосипедиста. Найдите скорость каждого велосипедиста.
- 171.** Из пункта A в пункт B автомобиль ехал по шоссейной дороге длиной 21 км, а из пункта B в пункт A возвращался по грунтовой дороге длиной 20 км, затратив на обратный путь на 6 мин больше, чем на путь из пункта A в пункт B . С какой скоростью ехал автомобиль по грунтовой дороге, если по шоссе его скорость на 20 км/ч больше, чем по грунтовой дороге?
- 172.** Поезд должен был проехать 360 км. Проехав $\frac{7}{12}$ этого расстояния, поезд увеличил скорость на 5 км/ч. Найдите скорость поезда на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 5 ч.
- 173.** Моторная лодка прошла 35 км по озеру, а затем 34 км по реке, впадающей в это озеро, за 2 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки составляет 1 км/ч.
- 174.** Теплоход прошёл 30 км против течения реки и 16 км по течению, затратив на путь по течению на 30 мин меньше, чем на путь против течения. Найдите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки составляет 1 км/ч.
- 175.** Для перевозки 60 т груза заказали определённое количество автомобилей одинаковой грузоподъёмности. В связи с поломкой двух автомобилей на каждый из оставшихся погрузили на 1 т больше, чем планировалось.

лось. Сколько автомобилей должно было работать на перевозке груза?

- 176.** Числитель обыкновенной дроби на 4 меньше её знаменателя. Если числитель этой дроби увеличить на 6, а знаменатель — на 5, то полученная дробь будет на $\frac{1}{2}$ больше исходной. Найдите исходную дробь.
- 177.** Двое рабочих, работая вместе, выполнили производственное задание за 12 ч. За сколько часов может выполнить это задание каждый рабочий самостоятельно, если один из них может это сделать на 7 ч быстрее другого?
- 178.** Первая бригада работала на ремонте дороги 9 ч, после чего к ней присоединилась вторая бригада. Через 6 ч совместной работы была отремонтирована $\frac{1}{2}$ дороги. За сколько часов может отремонтировать дорогу каждая бригада самостоятельно, если второй бригаде для этого требуется на 9 ч меньше, чем первой?
- 179.** Слиток золота с серебром, содержащий 60 г золота, сплавили с 60 г золота. Процентное содержание золота в новом слитке на 15 % больше, чем в исходном. Сколько граммов серебра содержится в слитке?
- 180.** В раствор, содержащий 60 г воды, добавили 20 г воды, после чего концентрация соли уменьшилась на 5 %. Сколько граммов соли содержит раствор?

Вариант 2

Повторение

- 1.** Представьте в виде степени с основанием a выражение
- 1) $(a^4)^3$; 4) $((a^7)^3)^2$;
2) $(-a^6)^2$; 5) $(a^6)^3 \cdot (a^2)^4$;
3) $a^5 a^4$; 6) $(-a^5)^3 \cdot (-a^4)^7 : a^{12}$.
- 2.** Упростите выражение:
- 1) $(x + 2)(x - 5) - 3x(1 - 2x)$;
2) $(a + 3)(a - 2) + (a - 3)(a + 6)$;
3) $(x - 7)(3x - 2) - (5x + 1)(2x - 4)$;
4) $(x - 2)^2 + (x - 1)(x + 1)$;
5) $(3a - 2b)(3a + 2b) - (a + 3b)^2$;
6) $(y - 4)(y + 3) + (y + 1)^2 - (7 - y)(7 + y)$.
- 3.** Разложите на множители:
- 1) $6a - 9b$; 6) $15mn^2 - 5mn$;
2) $4x - xy$; 7) $24x^2y + 36xy^2$;
3) $5ab - 5ac$; 8) $-4x^8 + 16x^{15}$;
4) $3m^2 - 6mn$; 9) $3x^4 - 6x^3 + 9x^5$;
5) $a^7 + a^4$; 10) $8ab^3 - 12a^2b - 24a^2b^2$.
- 4.** Разложите на множители:
- 1) $3x + 3y - bx - by$; 4) $6m^2n - 3m^2 + 2mn^2 - mn$;
2) $4n - nc - 4 + c$; 5) $4a^4 - 5a^3y - 8a + 10y$;
3) $x^7 + x^3 + 4x^4 + 4$; 6) $a^3b^2 - a^2 + a^2b^2 - a$.
- 5.** Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена:
- 1) $a^2 - 14a + 49$; 4) $16m^2 + 49n^2 - 56mn$;
2) $25y^2 + 10y + 1$; 5) $x^{10} - 6x^5b + 9b^2$;
3) $100a^2 - 180ab + 81b^2$; 6) $36m^6 + n^{12} + 12m^3n^6$.
- 6.** Разложите на множители:
- 1) $x^2 - 25$; 5) $a^2b^2 - \frac{16}{9}$;
2) $36 - 16y^2$; 6) $a^8 - x^4$;
3) $4x^2 - 81y^2$; 7) $0,04b^4 - a^{12}$;
4) $0,09y^2 - 1,21p^2$; 8) $-1 + a^6b^4$.
- 7.** Разложите на множители:
- 1) $a^3 + 64$; 3) $216 - m^3n^3$;
2) $8x^3 - y^3$; 4) $b^9 + a^{12}$.

8. Разложите на множители:

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| 1) $3a - 3a^3$; | 5) $-3a^4 - 12a^3 - 12a^2$; |
| 2) $7x^5 - 7xy^2$; | 6) $2a^3 + 54b^6$; |
| 3) $5x^2y^6 - 45x^2b^2$; | 7) $a + 5b + a^2 - 25b^2$; |
| 4) $3x^2 - 24xy + 48y^2$; | 8) $ac^6 - ac^4 - c^6 + c^4$. |

Рациональные дроби**9.** Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{3m - n}{4m - 6n}$, если $m = -2$, $n = 1$;
 2) $\frac{y^2 + 2y}{3y - 1}$, если $y = 0,4$.

10. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- | | | |
|----------------------------|------------------------------|--|
| 1) $2x - 3$; | 5) $\frac{5}{x^2 - 9}$; | 9) $\frac{x + 3}{x^2 - 4x + 4}$; |
| 2) $\frac{12 - c}{11}$; | 6) $\frac{3}{x^4 + 1}$; | 10) $\frac{7}{b + 2} - \frac{5b}{b - 5}$; |
| 3) $\frac{11}{12 - c}$; | 7) $\frac{5}{ x - 2}$; | 11) $\frac{8}{x(x + 1)}$; |
| 4) $\frac{x - 5}{x + 5}$; | 8) $\frac{x + 1}{ x + 3}$; | 12) $\frac{3}{3 - \frac{3}{x}}$? |

11. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются:

- 1) все числа, кроме 9;
 2) все числа, кроме 2 и 3;
 3) все числа, кроме -1 , 0 и 1;
 4) все числа.

12. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной b значение дроби:

- 1) $\frac{14b - b^2 - 50}{b^2 + 2b + 1}$ отрицательное;
 2) $\frac{b^2 - 16b + 64}{b^6 + 1}$ неотрицательное.

Основное свойство рациональной дроби

13. Сократите дробь:

1) $\frac{6m}{18n};$ 3) $\frac{16p^3}{48p^5};$ 5) $\frac{33a^5b^3}{44a^4b^7};$

2) $\frac{14ab}{2at};$ 4) $\frac{4mn^2q}{28m^2nq^3};$ 6) $\frac{34x^8y^6}{51x^6y^8}.$

14. Сократите дробь:

1) $\frac{5a + 20m}{5a};$ 6) $\frac{m^6 - m^4}{m - m^3};$

2) $\frac{2p - 14q}{3p - 21q};$ 7) $\frac{m^3 - 125}{4m - 20};$

3) $\frac{x^2 - 36}{4x + 24};$ 8) $\frac{4m^2 - 4m + 4}{12m^3 + 12};$

4) $\frac{10x^2 - 2x}{3 - 15x};$ 9) $\frac{bx + by + 2x + 2y}{4 - b^2}.$

5) $\frac{a^2 - 64}{a^2 + 16a + 64};$

15. Найдите значение выражения:

1) $\frac{x^7y^4 + x^5y^6}{x^5y^4},$ если $x = 0,6,$ $y = -0,8;$

2) $\frac{5x^3 - 125x}{2x^3 - 20x^2 + 50x},$ если $x = 6;$

3) $\frac{(4x + 4y)^2}{4x^2 - 4y^2},$ если $x = 0,2,$ $y = -0,6;$

4) $\frac{18x^2 - 48xy + 32y^2}{9x - 12y},$ если $4y - 3x = -0,9.$

16. Приведите дробь:

1) $\frac{a}{b^3}$ к знаменателю $b^8;$

2) $\frac{x}{5y}$ к знаменателю $35y^3z^2;$

3) $\frac{4}{9m^2n}$ к знаменателю $54m^3n^6;$

4) $\frac{8}{x - 1}$ к знаменателю $7x - 7;$

5) $\frac{3}{b-5}$ к знаменателю $b^2 - 5b$;

6) $\frac{x-2}{x+6}$ к знаменателю $x^2 - 36$.

17. Постройте график функции:

1) $y = \frac{2x}{x}$;

5) $y = \frac{x^2 - 16}{x + 4}$;

2) $y = \frac{x+1}{x+1}$;

6) $y = \frac{(3-x)^4}{(x-3)^3}$;

3) $y = -x + \frac{x-2}{x-2}$;

7) $y = \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-4}$;

4) $y = \frac{x+2}{x+2} + 2x$;

8) $y = \frac{4x^2 + 20x + 25}{2x+5} - \frac{x^2 + 3x}{x}$.

18. Решите уравнение:

1) $\frac{x+4}{x+4} = 1$; 2) $\frac{x^2 - 9}{x-3} = 6$; 3) $\frac{|x| - 11}{x-11} = 0$.

19. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $(a-1)x = 2$; 3) $(a+3)x = a^2 + 6a + 9$;

2) $(a-2)x = a-2$; 4) $(a^2 - 16)x = a+4$.

Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

20. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{5b}{28} + \frac{9b}{28}$;

4) $\frac{4c-3d}{cd} - \frac{c-3d}{cd}$;

2) $\frac{9m}{7n} - \frac{2m}{7n}$;

5) $\frac{6x}{x^2 - 16} - \frac{24}{x^2 - 16}$;

3) $\frac{5x-3y}{8z} + \frac{3x-13y}{8z}$;

6) $\frac{m^2 + 10m}{9-m^2} - \frac{4m-9}{9-m^2}$.

21. Упростите выражение:

1) $\frac{a-2}{a-1} - \frac{a}{1-a}$;

3) $\frac{(2a-3)^2}{9a-27} + \frac{(a-6)^2}{27-9a}$;

2) $\frac{3y+7}{4-y} + \frac{y+15}{y-4}$;

4) $\frac{25-3x}{(x-5)^2} - \frac{7x-x^2}{(5-x)^2}$.

22. Запишите дробь в виде суммы целого выражения и дроби:

$$1) \frac{m-3}{m}; \quad 2) \frac{a^2 - 2a + 7}{a-2}; \quad 3) \frac{y^2 + 5y - 3}{y-2}.$$

23. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{7n^2 + 3n - 15}{n}; \quad 2) \frac{2n^3 - 7n^2 - 48}{n^2}; \quad 3) \frac{12n + 4}{4n - 3}.$$

Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями

24. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{3}{m} + \frac{5}{n}; & 4) \frac{6p}{5xy} + \frac{4k}{3xy^2} - \frac{3m}{4x^2y}; \\ 2) \frac{4}{x} - \frac{3}{xy}; & 5) \frac{2n - 5m}{n} + \frac{6n^2 + 5m^2}{mn}; \\ 3) \frac{7}{9ab} - \frac{13}{12ab}; & 6) \frac{6x^2 - 3x + 2}{x^2y} - \frac{3x - 2}{xy}. \end{array}$$

25. Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x+4}{2x-6} - \frac{x+1}{x-3}; & 4) \frac{4b}{3b-21} + \frac{3b}{14-2b}; \\ 2) \frac{a+3}{3a-3} + \frac{2-a}{5a-5}; & 5) \frac{3p}{3p+2q} - \frac{9p^2}{9p^2+12pq+4q^2}; \\ 3) \frac{x+5}{x-5} - \frac{x-1}{x+5}; & 6) \frac{4}{c^2-36} - \frac{2}{c^2-6c}. \end{array}$$

26. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) x - \frac{1}{x}; & 4) \frac{5b+1}{b+2} - 4; \\ 2) \frac{4}{y^3} + \frac{5}{y} - 7; & 5) \frac{m^2 - n^2}{m + 3n} + m - 3n; \\ 3) 6 - \frac{3a + 6c}{c}; & 6) x - \frac{9}{x-3} - 3. \end{array}$$

27. Упростите выражение:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{2y^2 - 5xy}{x^2 - 4y^2} - \frac{x}{2y - x} - \frac{y}{x + 2y}; \\ 2) \frac{x - 1}{2x - 6} - \frac{1}{x} - \frac{3x - 3}{2x^2 - 6x}; \end{array}$$

- 3) $\frac{m+2}{4m^2 - 16m + 16} - \frac{1}{3m-6};$
 4) $\frac{y+12}{8y+32} - \frac{y+4}{8y-32} + \frac{9}{y^2-16};$
 5) $\frac{a+2}{a^2+2a+4} - \frac{1}{a-2} + \frac{a^3+2a}{a^3-8}.$

Умножение и деление рациональных дробей.
Возведение рациональной дроби в степень

28. Выполните умножение:

- 1) $\frac{3a}{b} \cdot \frac{b}{15a};$ 4) $20m^6 \cdot \frac{3x^3}{5m^9};$
 2) $\frac{mn^3}{24p} \cdot \left(-\frac{6p}{m^2n}\right);$ 5) $\frac{25k^6}{11p^3} \cdot 44p^9;$
 3) $\frac{26x^7}{51y^5} \cdot \frac{34y^3}{39x^4};$ 6) $\frac{3x^3y^2}{8m^2n} \cdot \frac{16xm^3}{27y^4n^8} \cdot \frac{18n^2y^2}{4x^2m}.$

29. Упростите выражение:

- 1) $\frac{2xy - y^2}{3} \cdot \frac{9x}{y^5};$
 2) $\frac{a^2 - 2ab}{a^2 + 3ab} \cdot \frac{a^2b + 3ab^2}{a^3 - 2a^2b};$
 3) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 6x} \cdot \frac{x^2 - 36}{x^2 + 5x};$
 4) $\frac{4a^2 - 24a + 36}{a^3 + 1} \cdot \frac{7a^2 - 7a + 7}{8a - 24}.$

30. Выполните возведение в степень:

- 1) $\left(\frac{a^7}{b^2}\right)^3;$ 2) $\left(-\frac{4m^2}{5n}\right)^2;$ 3) $\left(-\frac{7x^2b^3}{2y^4z^5}\right)^3.$

31. Выполните деление:

- 1) $\frac{32a^5}{15y^8} : \frac{4a^3}{45y^4};$ 4) $\frac{72a^5b^4}{25y^8} : (24a^7b^9);$
 2) $\frac{16x^2y^8}{15m^4n^8} : \left(-\frac{8x^3y^5}{35m^6n^7}\right);$ 5) $\frac{7x^4y^{13}}{18m^2n^5} : \frac{35x^5y^8}{33m^4n^8} : \frac{11y^2n^9}{9xm^4};$
 3) $54p^{10}n^{17} : \frac{27p^{12}n^{14}}{22a^6};$ 6) $\left(-\frac{3m^2n^3}{4b^4}\right)^3 : \left(-\frac{3m^3n}{4b^6}\right)^4.$

32. Выполните деление:

$$1) \frac{x^2 - 4x + 4}{20x^3} : \frac{x - 2}{5x};$$

$$2) \frac{x - 3}{4x + 12} : \frac{2x - 6}{x^2 + 3x};$$

$$3) \frac{a^2 + 10a + 25}{a^2 - 25} : (a + 5);$$

$$4) \frac{x^2 - 9y^2}{16x^2 - 9y^2} : \frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{16x^2 - 24xy + 9y^2}.$$

33. Известно, что $2x + \frac{1}{x} = 7$. Найдите значение выражения $4x^2 + \frac{1}{x^2}$.

34. Известно, что $x^2 + \frac{9}{x^2} = 10$. Найдите значение выражения $x + \frac{3}{x}$.

Тождественные преобразования рациональных выражений

35. Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a+3}{a-3} + \frac{a-3}{a+3} \right) : \frac{3a^2 + 27}{9 - a^2};$$

$$2) \left(5x - \frac{10x}{x+1} \right) : \frac{15x - 15}{4x + 4};$$

$$3) \frac{3a}{a-4} - \frac{a+2}{5a-20} \cdot \frac{240}{a^2 + 2a};$$

$$4) \left(\frac{8b}{b+7} - \frac{15b}{b^2 + 14b + 49} \right) : \frac{8b + 41}{b^2 - 49} + \frac{7b - 49}{b + 7};$$

$$5) \left(\frac{a-b}{a^2 + ab} - \frac{a}{ab + b^2} \right) : \left(\frac{b^2}{a^3 - ab^2} + \frac{1}{a+b} \right);$$

$$6) \frac{x^2 + 5x}{(x-5)^2} : \left(\frac{5}{x+5} + \frac{x^2 + 25}{x^2 - 25} - \frac{5}{5-x} \right).$$

36. Докажите тождество:

$$1) \frac{a+4}{a^2 - 6a + 9} : \frac{a^2 - 16}{2a - 6} - \frac{2}{a-4} = \frac{2}{3-a};$$

$$2) \frac{8m^3}{(m^2 - 64)^2} : \left(\frac{1}{(m+8)^2} + \frac{2}{m^2 - 64} + \frac{1}{(m-8)^2} \right) = 2m.$$

- 37.** Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\left(\frac{1}{a+1} - \frac{3}{a^3+1} + \frac{3}{a^2-a+1} \right) \cdot \left(a - \frac{2a-1}{a+1} \right)$$

не зависит от значения a .

- 38.** Упростите выражение:

$$1) \frac{1 - \frac{6}{x}}{\frac{12x - 36}{x} - x};$$

$$2) \frac{\frac{y}{2-y} + \frac{2+y}{y}}{\frac{y}{2+y} + \frac{2-y}{y}}.$$

Равносильные уравнения. Рациональные уравнения

- 39.** Равносильны ли уравнения:

$$1) x + 8 = 2 \text{ и } -4x = 24;$$

$$2) x - 5 = 0 \text{ и } (x - 5)(x + 5) = 0;$$

$$3) x^4 = -1 \text{ и } \frac{5}{x} = 0;$$

$$4) x + 4 = 4 + x \text{ и } \frac{x^2 + 4}{x^2 + 4} = 1?$$

- 40.** Составьте уравнение, равносильное данному:

$$1) 4x - 5 = 11; \quad 2) x^2 = 36; \quad 3) x + 2 = x - 8.$$

- 41.** Решите уравнение:

$$1) \frac{x-3}{x+1} = 0;$$

$$5) \frac{x+1}{x-4} = \frac{3x+1}{3x-1};$$

$$2) \frac{x^2 - 16}{x+4} = 0;$$

$$6) \frac{9x-7}{3x-2} - \frac{4x-5}{2x-3} = 1;$$

$$3) \frac{x+2}{x^2 - 4} = 0;$$

$$7) \frac{x^2 + 20}{x^2 - 4} = \frac{x-3}{x+2} - \frac{6}{2-x};$$

$$4) \frac{5}{x+7} - \frac{3}{x-7} = 0;$$

$$8) \frac{5}{x^2 - 7x} - \frac{x-5}{x^2 + 7x} - \frac{9}{x^2 - 49} = 0.$$

- 42.** Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \frac{x-1}{x+a} = 0;$$

$$3) \frac{(a-1)(x+a)}{x-3} = 0;$$

$$2) \frac{x-a}{x+4} = 0;$$

$$4) \frac{x-a}{(x-5)(x+6)} = 0.$$

Степень с целым отрицательным показателем

43. Вычислите:

- 1) 17^{-2} ; 5) $\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1}$; 9) $0,9^{-2}$;
- 2) 5^{-3} ; 6) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$; 10) $1,4^{-2}$.
- 3) $(-2)^{-7}$; 7) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-2}$;
- 4) $(-3)^{-6}$; 8) $\left(1\frac{3}{11}\right)^{-1}$;

44. Найдите значение выражения:

- 1) $5^{-3} + 10^{-2}$; 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 9^{-2}$.
- 2) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} + 3^{-2} - (-2,6)^0$;

45. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

$$1) \frac{3a^6b^{-8}c^{-5}}{4m^4n^{-15}p^{-30}}; \quad 2) \frac{7,8^0x^{-10}y^{-13}z^0}{7^{-2}a^6b^{-15}c^{-7}}.$$

46. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

- 1) 14 000; 4) 0,000009; 7) $81 \cdot 10^8$;
- 2) 560; 5) 0,48; 8) $76 \cdot 10^{-3}$.
- 3) 0,023; 6) $670 \cdot 10^4$;

47. Число, представленное в стандартном виде, запишите в виде натурального числа или десятичной дроби:

1) $2,9 \cdot 10^4$; 2) $7,8 \cdot 10^{-2}$.

48. Сравните:

- 1) $7,5 \cdot 10^9$ и $3,4 \cdot 10^{10}$;
- 2) $5,8 \cdot 10^{-5}$ и $6,2 \cdot 10^{-6}$;
- 3) $3,45 \cdot 10^5$ и $0,34 \cdot 10^6$;
- 4) $22,8 \cdot 10^{-9}$ и $0,058 \cdot 10^{-7}$.

49. Порядок некоторого натурального числа равен 6. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

50. Десятичная запись некоторого натурального числа состоит из пяти цифр. Чему равен порядок этого числа?

Свойства степени с целым показателем

- 51.** Представьте выражение в виде степени с основанием x или произведения степеней с разными основаниями:

$$\begin{array}{ll} 1) x^{-10} \cdot x^7; & 7) (x^5)^{-7}; \\ 2) x^8 \cdot x^{-6}; & 8) (x^2)^{-8} \cdot (x^{-7})^{-4} : (x^{-3})^9; \\ 3) x^{-10} \cdot x^{15} \cdot x^{-8}; & 9) (x^4y^6z^{-5})^{-9}; \\ 4) x^{-2} : x^7; & 10) (x^3y^{-6})^{-5} \cdot (x^{-6}y^{-8})^2; \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 5) x^{-5} : x^{-12}; & 11) \left(\frac{x^{13}y^{-5}}{c^6m^{-12}} \right)^{-4}; \\ 6) x^{16} \cdot x^{-25} : x^{12}; & 12) \left(\frac{x^8}{y^{-5}} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{x^{-4}}{y^8} \right)^{-10}. \end{array}$$

- 52.** Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} 1) 14^6 \cdot 14^{-8}; & 4) 2^{-18} \cdot 2^{-12} : 2^{-32}; \\ 2) 10^{-16} \cdot 10^{18}; & 5) (11^{-8})^7 \cdot (11^{-4})^{-14}; \\ 3) 6^{-10} : 6^{-13}; & 6) \frac{5^{-6} \cdot (5^{-2})^5}{(5^{-3})^6 \cdot 5^2}. \end{array}$$

- 53.** Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} 1) 32^{-3} : 16^{-3}; & 3) \frac{14^6 \cdot 2^{-8}}{28^{-3} \cdot 7^{11}}; \\ 2) \frac{25^{-8} \cdot 5^7}{(-125)^{-5} \cdot (-5)^4}; & 4) \frac{(0,5)^{-5} \cdot 4^{-6}}{8^{-2}}. \end{array}$$

- 54.** Упростите выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{2}{7}a^{-6}b^4 \cdot \frac{21}{32}a^8b^{-9}; & 3) 0,28a^{-4}b^3c^{-5} \cdot 1\frac{3}{7}a^7b^{-16}c^7; \\ 2) -0,3m^{-4}b^6 \cdot 1,3m^2b^{-2}; & 4) 7x^{-8} \cdot (-2x^{-3}y^5)^{-3}. \end{array}$$

- 55.** Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{13m^{-10}}{15n^{-14}} \cdot \frac{45n^3}{52m^{-50}}; \\ 2) 2,7x^{-5}y^4 \cdot (-3x^{-2}y^{-6})^{-2}; \\ 3) 3\frac{4}{7}a^{-6}b^2 \cdot \left(1\frac{3}{7}a^2b^{-3}\right)^{-2}; \\ 4) (-0,01a^{-3}bc^{13})^{-2} \cdot (10bc^{-5})^{-3}; \end{array}$$

5) $\left(-\frac{1}{6}a^{-4}b^{-8}\right)^{-4} \cdot (-6a^3b^7)^{-3};$

6) $\left(\frac{5a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3} \cdot (25a^{-8}b^5)^2.$

56. Выполните вычисления и запишите результат в стандартном виде:

1) $(1,8 \cdot 10^{-6}) \cdot (8 \cdot 10^9); \quad 3) \frac{5,6 \cdot 10^5}{7 \cdot 10^6};$

2) $(7 \cdot 10^{-2}) \cdot (1,5 \cdot 10^{-3}); \quad 4) \frac{1,7 \cdot 10^7}{3,4 \cdot 10^5}.$

57. Упростите выражение:

1) $(x^{-4} + 5)(x^{-4} - 5) - (x^{-4} + 6)^2;$

2) $\frac{x^{-3} - y^{-3}}{x^{-2} + x^{-1}y^{-1} + y^{-2}};$

3) $\frac{a^{-2} + b^{-2}}{2a^{-2} + 2a^{-1}b^{-1}} + \frac{b^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}};$

4) $\frac{m^{-3} - n^{-3}}{m^{-4}} : \frac{m^{-3}n^{-3} - m^{-6}}{m^{-5}}.$

58. Упростите выражение и запишите результат в виде рационального выражения, не содержащего степени с отрицательным показателем:

1) $\frac{y^{-4} + 4}{y^{-6}} - \frac{y^{-8} - 16}{y^{-6}} \cdot \frac{1}{y^{-4} + 4};$

2) $\left(\frac{3a^{-4}}{a^{-8} - 10a^{-4} + 25} - \frac{a^{-4}}{a^{-4} - 5}\right) \cdot \frac{25 - a^{-8}}{8 - a^{-4}} + \frac{10a^{-4}}{a^{-4} - 5}.$

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

59. Данна функция $y = \frac{18}{x}$. Найдите:

1) значение функции, если значение аргумента равно: $-2; 3; 0,6$;

2) значение аргумента, при котором значение функции равно: $6; -54; 40$.

60. Постройте график функции $y = -\frac{4}{x}$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) значение функции, если значение аргумента равно -2 ;
 2) значение аргумента, при котором значение функции равно -8 ;
 3) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения.
- 61.** Не выполняя построения графика функции $y = \frac{20}{x}$, определите, проходит ли этот график через точку:
- 1) $A(5; 4)$; 3) $C(-4; -5)$;
 - 2) $B(10; -2)$; 4) $D(0,5; 40)$.
- 62.** Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку:
- 1) $A(-3; 4)$;
 - 2) $B\left(\frac{1}{2}; -8\right)$;
 - 3) $C(-0,2; -2,4)$.
- 63.** Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = x + 7$ и определите координаты точек их пересечения.
- 64.** Постройте график функции $y = -\frac{3}{|x|}$.
- 65.** Постройте график функции:
- 1) $y = \begin{cases} -\frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -2, \\ x + 5, & \text{если } x > -2; \end{cases}$
 - 2) $y = \begin{cases} 3, & \text{если } x \leq 1, \\ \frac{3}{x}, & \text{если } 1 < x < 3, \\ x - 2, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$
- 66.** Постройте график функции:
- 1) $y = \frac{5x - 5}{x^2 - x}$;
 - 2) $y = \frac{54 - 6x^2}{x^3 - 9x}$.

Функция $y = x^2$ и её график

- 67.** Не выполняя построения графика функции $y = x^2$, определите, проходит ли этот график через точку:
- 1) $C(-5; 25)$;
 - 2) $D(-3; -9)$;
 - 3) $K(0,2; 0,4)$.

- 68.** Решите графически уравнение:
 1) $x^2 = 4x - 3$; 2) $x^2 - 2x + 4 = 0$.
- 69.** Данна функция $y = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq 2, \\ x^2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$
 1) Найдите $f(-4)$, $f(2)$, $f(5)$.
 2) Постройте график данной функции.

Квадратные корни.
Арифметический квадратный корень

- 70.** Имеет ли смысл выражение:
 1) $\sqrt{7}$; 2) $-\sqrt{7}$; 3) $\sqrt{-7}$; 4) $\sqrt{(-7)^2}$?
- 71.** Найдите значение выражения:
 1) $0,1\sqrt{900} - \frac{1}{4}\sqrt{64}$;
 2) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{0,04} + \sqrt{3^3 + 22}$;
 3) $4\sqrt{0,49} - \sqrt{8^2 + 15^2}$;
 4) $\sqrt{2\frac{2}{49}} + \sqrt{2\frac{7}{9}} - 0,03\sqrt{40\,000}$.
- 72.** Найдите значение выражения:
 1) $(\sqrt{7})^2 - \sqrt{1,21}$; 3) $32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\sqrt{11}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot (7\sqrt{15})^2$;
 2) $(4\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{5})^2$; 4) $\sqrt{784} - \left(\frac{1}{7}\sqrt{343}\right)^2$.
- 73.** При каких значениях a имеет смысл выражение:
 1) $\sqrt{a-5}$; 3) $\sqrt{(a-1)^2}$; 5) $\sqrt{-a-1}$;
 2) $\sqrt{7-a}$; 4) $\sqrt{a^6+1}$; 6) $\sqrt{-(a-1)^{10}}$?
- 74.** Решите уравнение:
 1) $\sqrt{x} = 7$; 5) $\frac{1}{2}\sqrt{x} + 3 = 0$;
 2) $\sqrt{x} = \frac{4}{5}$; 6) $\sqrt{5x} - 6 = 0$;
 3) $\sqrt{x} - 5 = 0$; 7) $\sqrt{5x-6} = 0$;
 4) $3\sqrt{x} - 8 = 0$; 8) $\sqrt{5x-6} = 1$;

9) $\frac{24}{\sqrt{x}} = 12$; 11) $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} = 2$;

10) $\frac{12}{\sqrt{x-3}} = 4$; 12) $(x+2)\sqrt{x^2 - 9} = 0$.

75. Решите уравнение:

1) $x^2 = 9$; 3) $(x+1)^2 = 0$; 5) $(x-2)^2 = 64$;
 2) $x^2 = 13$; 4) $x^2 = -64$; 6) $(x+5)^2 = 2$.

76. При каких значениях a уравнение $x^2 = a - 2$:

- 1) имеет два корня;
 2) имеет один корень;
 3) не имеет корней?

77. При каких значениях a уравнение $(a-1)x^2 = 4$:

- 1) имеет корни; 2) не имеет корней?

78. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $\sqrt{x} = a - 1$; 3) $\sqrt{a(x-1)} = 0$;
 2) $(a-1)\sqrt{x} = 0$; 4) $(a-1)\sqrt{x} = a - 1$.

Множество и его элементы

79. Известно, что B — множество однозначных составных чисел. Поставьте вместо звёздочки знак \in или \notin так, чтобы получилось верное утверждение:

- 1) $6 * B$; 2) $1 * B$; 3) $9 * B$; 4) $2 * B$.

80. Запишите множество корней уравнения:

1) $4x + 11 = 0$; 3) $(x+3)(x^2 - 9) = 0$.
 2) $(x+5)(x-4) = 0$;

81. Задайте перечислением элементов множество:

- 1) неправильных дробей с числителем 5;
 2) букв слова «геометрия»;
 3) цифр числа 4 545 354.

82. Равны ли множества A и B , если:

- 1) $A = \{3, 5\}$, $B = \{5, 3\}$;
 2) $A = \{(3; 5)\}$, $B = \{(5; 3)\}$;
 3) A — множество корней уравнения $x^2 + 4 = 0$, $B = \{\emptyset\}$;
 4) A — множество равносторонних треугольников,
 B — множество треугольников, каждый угол которых
 равен 60° ?

Подмножество. Операции над множествами

- 83.** Пусть B — множество цифр числа 5 658. Является ли множество цифр числа x подмножеством множества B , если:
- 1) $x = 856$; 3) $x = 876$;
 - 2) $x = 656\ 565$; 4) $x = 5\ 555$?
- 84.** Запишите все подмножества множества $\{10, 11, 12\}$.
- 85.** Найдите пересечение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 56 953, B — множество цифр числа 31 515;
 - 2) A — множество делителей числа 36, B — множество чисел, кратных числу 12;
 - 3) A — множество чётных чисел, B — множество простых чисел;
 - 4) A — множество однозначных чисел, B — множество чисел, кратных числу 10;
 - 5) A — множество прямоугольников, B — множество квадратов.
- 86.** Найдите объединение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 6 694, B — множество цифр числа 41 686;
 - 2) A — множество делителей числа 15, B — множество делителей числа 20;
 - 3) A — множество прямоугольников, B — множество квадратов.

Числовые множества

- 87.** Верно ли утверждение:
- 1) $7 \notin N$; 5) $-3,8 \notin N$; 9) $\sqrt{5} \notin R$;
 - 2) $7 \in Z$; 6) $-3,8 \in Q$; 10) $\sqrt{36} \notin Z$;
 - 3) $7 \notin Q$; 7) $-3,8 \notin R$; 11) $\sqrt{36} \in N$;
 - 4) $7 \in R$; 8) $\sqrt{5} \in Q$; 12) $\sqrt{36} \notin Q$?
- 88.** Сравните числа:
- 1) $\frac{1}{3}$ и 0,33; 3) $-1,(18)$ и $-1,18$;
 - 2) $6,(39)$ и $6,39$; 4) $5,(19)$ и $5,(18)$.

Свойства арифметического квадратного корня

89. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{15,3^2};$

3) $\frac{1}{3}\sqrt{57^2};$

5) $\sqrt{7^4};$

2) $\sqrt{(-1,12)^2};$

4) $-3,5\sqrt{(-2)^2};$

6) $\sqrt{(-13)^4}.$

90. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{81 \cdot 16};$

4) $\sqrt{30 \frac{1}{4} \cdot \frac{49}{36}};$

2) $\sqrt{0,09 \cdot 25};$

5) $\sqrt{6^4 \cdot 4^2};$

3) $\sqrt{0,01 \cdot 0,04 \cdot 121};$

6) $\sqrt{(-2)^6 \cdot 0,3^4 \cdot (-4)^2}.$

91. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{2};$

3) $\frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}};$

2) $\sqrt{360} \cdot \sqrt{490};$

4) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{0,025}}.$

92. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{75 \cdot 27};$

3) $\sqrt{1,6 \cdot 14,4};$

2) $\sqrt{72 \cdot 200};$

4) $\sqrt{1\,690 \cdot 6,4}.$

93. Упростите выражение:

1) $\sqrt{81y^{50}},$ если $y \leq 0;$

2) $\sqrt{25x^2y^{12}},$ если $x \geq 0;$

3) $\sqrt{0,36x^{14}y^{18}},$ если $x \leq 0, y \geq 0;$

4) $\frac{\sqrt{m^{34}p^{16}c^{26}}}{m^3p^5c^{11}},$ если $m < 0, c > 0;$

5) $\frac{1,6a^7}{b^3}\sqrt{\frac{b^{22}}{0,64a^4}},$ если $b > 0;$

6) $-0,3x^5\sqrt{1,69x^{10}y^{32}},$ если $x \leq 0.$

94. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x^2} + x - 2,$ если $x \geq 0;$

3) $y = \sqrt{x^2} - 3.$

2) $y = \sqrt{x^2} + 2x - 1,$ если $x \leq 0;$

95. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x^2} = 4 - x; \quad 2) \sqrt{x^2} = x + 1.$$

**Тождественные преобразования выражений,
содержащих арифметические квадратные корни**

96. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$1) \sqrt{56}; \quad 4) \sqrt{0,96}; \quad 7) -7\sqrt{0,12};$$

$$2) \sqrt{18}; \quad 5) \frac{1}{3}\sqrt{90}; \quad 8) \frac{3}{7}\sqrt{10\frac{8}{9}}.$$

$$3) \sqrt{800}; \quad 6) -1,5\sqrt{192};$$

97. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$1) \sqrt{3m^2}, \text{ если } m \geq 0; \quad 6) \sqrt{a^7b^8}, \text{ если } b \neq 0;$$

$$2) \sqrt{5n^2}, \text{ если } n \leq 0; \quad 7) \sqrt{16x^2y}, \text{ если } x < 0;$$

$$3) \sqrt{50x^8}; \quad 8) \sqrt{a^{23}b^{23}}, \text{ если } a \leq 0, b \leq 0;$$

$$4) \sqrt{y^{13}}; \quad 9) \sqrt{49a^{10}b^3}, \text{ если } a > 0;$$

$$5) \sqrt{-b^{11}}; \quad 10) \sqrt{200a^6b^3}, \text{ если } a < 0.$$

98. Внесите множитель под знак корня:

$$1) 2\sqrt{7}; \quad 3) 0,2\sqrt{5}; \quad 5) \frac{3}{5}\sqrt{75}; \quad 7) -0,1\sqrt{60};$$

$$2) 3\sqrt{11}; \quad 4) \frac{1}{3}\sqrt{54}; \quad 6) -4\sqrt{3}; \quad 8) 5\sqrt{x}.$$

99. Внесите множитель под знак корня:

$$1) b\sqrt{13}; \quad 4) 4a\sqrt{\frac{a}{2}};$$

$$2) x\sqrt{y}, \text{ если } x \geq 0; \quad 5) (b+7)\sqrt{\frac{1}{b+7}};$$

$$3) x^3\sqrt{-x}; \quad 6) (x-9)\sqrt{\frac{1}{18-2x}}.$$

100. Упростите выражение:

$$1) \sqrt{25a} + \sqrt{36a} - \sqrt{49a}; \quad 3) 3\sqrt{32a} - 5\sqrt{98a} + \frac{1}{3}\sqrt{288a}.$$

$$2) \sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{300};$$

101. Выполните умножение:

- 1) $(\sqrt{63} - \sqrt{28}) \cdot \sqrt{7}$;
- 2) $(7\sqrt{3} + \sqrt{48} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$;
- 3) $(6 - \sqrt{5})(2 + 7\sqrt{5})$;
- 4) $(5\sqrt{2} + 6\sqrt{3})(6\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$;
- 5) $(\sqrt{17} - \sqrt{11})(\sqrt{17} + \sqrt{11})$;
- 6) $(2\sqrt{x} - 5\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 5\sqrt{y})$;
- 7) $(\sqrt{6} - 2)^2$;
- 8) $(3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})^2$.

102. Упростите выражение:

- 1) $(2\sqrt{3} + 6\sqrt{20} - 7\sqrt{45}) \cdot \sqrt{5} - \sqrt{60}$;
- 2) $(\sqrt{7} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} + \sqrt{7}) - (\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^2$;
- 3) $(5 - \sqrt{2})^2 + (3 + \sqrt{2})^2$;
- 4) $(\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 + 4\sqrt{5}})^2$.

103. Сократите дробь:

- 1) $\frac{x^2 - 13}{x - \sqrt{13}}$;
- 2) $\frac{\sqrt{x} + 11}{x - 121}$;
- 3) $\frac{b - 5\sqrt{b}}{b - 25}$;
- 4) $\frac{15 + \sqrt{15}}{\sqrt{15}}$;
- 5) $\frac{x + 16\sqrt{x} + 64}{x - 64}$;
- 6) $\frac{5 - \sqrt{10}}{\sqrt{10} - 2}$.

104. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- 1) $\frac{4}{\sqrt{15}}$;
- 2) $\frac{8}{\sqrt{2}}$;
- 3) $\frac{42}{5\sqrt{7}}$;
- 4) $\frac{m^4}{n\sqrt{m}}$;
- 5) $\frac{a + 6}{\sqrt{a + 6}}$;
- 6) $\frac{1}{\sqrt{11} - 1}$;
- 7) $\frac{14}{\sqrt{17} + \sqrt{3}}$;
- 8) $\frac{15}{\sqrt{43} - \sqrt{13}}$;
- 9) $\frac{x + 6}{\sqrt{x + 10} - 2}$;
- 10) $\frac{x^2 - 7x}{\sqrt{x - 6} + 1}$;
- 11) $\frac{x^2 - 25}{2 - \sqrt{x - 1}}$;
- 12) $\frac{y}{\sqrt{5 + y} + \sqrt{4y + 5}}$.

105. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{6}{7 - 3\sqrt{5}} - \frac{6}{7 + 3\sqrt{5}};$$

2) $\frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{12}}-1}-\frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{12}}+1};$

3) $\frac{\sqrt{17}+\sqrt{13}}{\sqrt{17}-\sqrt{13}}+\frac{\sqrt{17}-\sqrt{13}}{\sqrt{17}+\sqrt{13}}.$

106. Упростите выражение:

1) $\frac{c}{c-4}-\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}-2};$

2) $\frac{a+b}{2a+2\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}};$

3) $\frac{\sqrt{m}+9}{\sqrt{m}} \cdot \frac{m-81}{5m};$

4) $\left(\frac{\sqrt{b}+7}{\sqrt{b}-7} - \frac{28\sqrt{b}}{b-49} \right) : \frac{\sqrt{b}-7}{b+7\sqrt{b}}.$

107. Известно, что $\sqrt{b-1}-\sqrt{8-b}=2$. Найдите значение выражения $\sqrt{(b-1)(8-b)}$.

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

108. Не выполняя построения графика функции $y = \sqrt{x}$, определите, через какие из данных точек проходит этот график:

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1) A (9; 3); | 4) D (-64; 8); |
| 2) B (25; -5); | 5) E (30,25; 5,5). |
| 3) C (0,16; 0,4); | |

109. Сравните:

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1) $\sqrt{82}$ и $\sqrt{91}$; | 6) $\sqrt{46}$ и $3\sqrt{5}$; |
| 2) $\sqrt{5,3}$ и $\sqrt{5,1}$; | 7) $4\sqrt{5}$ и $5\sqrt{3}$; |
| 3) 3 и $\sqrt{10}$; | 8) $0,4\sqrt{3\frac{1}{8}}$ и $\sqrt{0,6}$; |
| 4) $\sqrt{\frac{7}{8}}$ и 1; | 9) $\frac{5}{3}\sqrt{10\frac{4}{5}}$ и $6\sqrt{\frac{5}{6}}$. |
| 5) -9 и $-\sqrt{82}$; | |

- 110.** Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графика функции $y = \sqrt{x}$ и прямой:
- 1) $y = 2$; 2) $y = 0,3$; 3) $y = -5$; 4) $y = 200$.
- 111.** Расположите в порядке возрастания числа: 5 ; $\sqrt{26}$; $4,7$; $\sqrt{23}$; $5,1$.
- 112.** Между какими двумя последовательными целыми числами находится на координатной прямой число:
- 1) $\sqrt{13}$; 2) $\sqrt{43}$; 3) $\sqrt{0,57}$; 4) $-\sqrt{80,25}$?
- 113.** Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:
- 1) 9 и $\sqrt{137}$; 3) $-\sqrt{47}$ и $-5,8$;
 - 2) $\sqrt{10}$ и $\sqrt{93}$; 4) $-\sqrt{29}$ и $2,8$.
- 114.** При каких значениях x выполняется неравенство:
- 1) $\sqrt{x} \geq 9$; 2) $\sqrt{x} < 5$; 3) $6 < \sqrt{x} \leq 11$?
- 115.** Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -0,5x + 4$ и определите координаты точки их пересечения.
- 116.** Упростите выражение:
- 1) $\sqrt{(5 - \sqrt{6})^2}$;
 - 2) $\sqrt{(\sqrt{5} - 6)^2}$;
 - 3) $\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{6})^2}$;
 - 4) $\sqrt{(5 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{7})^2}$;
 - 5) $\sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$.
- 117.** Упростите выражение:
- 1) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$; 3) $\sqrt{36 + 10\sqrt{11}} + \sqrt{47 - 12\sqrt{11}}$;
 - 2) $\sqrt{100 - 18\sqrt{19}}$; 4) $\sqrt{87 - 16\sqrt{23}} - \sqrt{39 - 8\sqrt{23}}$.
- 118.** Упростите выражение:
- 1) $\sqrt{(3 - \sqrt{a})^2 + 12\sqrt{a}} - \sqrt{(1 + \sqrt{a})^2 - 4\sqrt{a}}$;
 - 2) $\sqrt{b - 2\sqrt{b + 7} + 8} + \sqrt{b + 2\sqrt{b + 7} + 8}$.

Квадратные уравнения.
Решение неполных квадратных уравнений

- 119.** Составьте квадратное уравнение, в котором:
- 1) старший коэффициент равен -4 , второй коэффициент равен $1,2$, а свободный член равен 11 ;
 - 2) старший коэффициент равен $\frac{5}{6}$, второй коэффициент равен -2 , а свободный член равен 0 .
- 120.** Какие из чисел $2; -3; -5; 1; 3$ являются корнями уравнения $x^2 + 2x - 15 = 0$?
- 121.** Решите уравнение:
- 1) $7x^2 - 63 = 0$;
 - 2) $x^2 + 11x = 0$;
 - 3) $5x^2 - 35 = 0$;
 - 4) $5x^2 - 30x = 0$;
 - 5) $64x^2 - 25 = 0$;
 - 6) $x^2 + 64 = 0$.
- 122.** Решите уравнение:
- 1) $(2x - 3)(x + 1) + (x - 6)(x + 6) + x = 0$;
 - 2) $(3x - 5)^2 - 5(5 + 3x) = 0$.
- 123.** При каком значении a число 2 является корнем уравнения $x^2 - ax - 24 = 0$?
- 124.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 9|x| = 0$;
 - 2) $x^2 + 2|x| - 10x = 0$.

Формула корней квадратного уравнения

- 125.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 + 2x - 24 = 0$;
 - 2) $x^2 - 9x + 20 = 0$;
 - 3) $10n^2 - 9n + 2 = 0$;
 - 4) $21y^2 - 2y - 3 = 0$;
 - 5) $x^2 + 8x - 13 = 0$;
 - 6) $2x^2 - 4x - 17 = 0$;
 - 7) $9x^2 + 42x + 49 = 0$;
 - 8) $x^2 - 10x + 37 = 0$.
- 126.** Решите уравнение:
- 1) $(3x + 2)(x - 4) = 5$;
 - 2) $(x + 1)(x - 2) - (4x - 3)(x + 5) = x(x - 9)$;
 - 3) $(3x - 5)^2 + (4x - 1)(4x + 1) = 29$.
- 127.** Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 84 см^2 , а одна из сторон на 5 см меньше другой.
- 128.** Решите уравнение:
- 1) $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 3 = 0$;
 - 2) $x^2 - x(\sqrt{7} - 2) - 2\sqrt{7} = 0$.

- 129.** При каких значениях a число $\frac{1}{2}$ является корнем уравнения $a^2x^2 + 2ax - 3 = 0$?
- 130.** Найдите стороны прямоугольного треугольника, если один из его катетов на 18 см меньше гипотенузы и на 17 см меньше другого катета.
- 131.** Найдите стороны прямоугольника, если их разность равна 47 см, а диагональ прямоугольника — 65 см.
- 132.** Найдите три последовательных чётных натуральных числа, если квадрат второго из них на 56 меньше удвоенного произведения первого и третьего чисел.
- 133.** Найдите четыре последовательных нечётных натуральных числа, если удвоенное произведение второго и третьего чисел на 107 больше произведения первого и четвёртого чисел.
- 134.** Сколько сторон имеет многоугольник, если в нём можно провести 27 диагоналей?
- 135.** Решите уравнение:
- 1) $|x^2 + 5x - 3| = 3;$
 - 3) $x|x| + 7x - 6 = 0;$
 - 2) $x^2 - |x| - 2 = 0;$
 - 4) $x^2 - 5\sqrt{x^2} - 36 = 0.$
- 136.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 3x + \frac{4}{x-2} = \frac{4}{x-2} - 2;$
 - 2) $(\sqrt{x} - 4)(12x^2 + 17x - 5) = 0;$
 - 3) $(x^2 + 7x)(\sqrt{x} - 6)(x^2 - 4x - 21) = 0.$
- 137.** Решите уравнение:
- 1) $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{x^2 + 6x + 5} = 0;$
 - 2) $x^2 - 10x + 25 + |x^2 - 9x + 20| = 0;$
 - 3) $\sqrt{x^2 - 36} + |x^2 + 6x - 16| = 0.$
- 138.** При каком значении m имеет единственный корень уравнение:
- 1) $6x^2 + 2x - m = 0;$
 - 2) $12x^2 + mx + 3 = 0?$
- 139.** Для каждого значения a решите уравнение:
- 1) $x^2 + (1 - 3a)x + 2a^2 - 2 = 0;$
 - 2) $x^2 - (5a + 7)x + 35a = 0;$
 - 3) $4(a + 1)x^2 + (a - 3)x - 1 = 0.$

- 140.** При каких значениях m имеет единственный корень уравнение:

- 1) $mx^2 - 4x - 9 = 0$;
- 2) $(m + 4)x^2 - (m + 5)x + 1 = 0$;
- 3) $(m - 2)x^2 - (2m - 4)x + 12 = 0$?

Теорема Виета

- 141.** Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:

- 1) $x^2 + 8x - 263 = 0$;
- 3) $5x^2 - 12x - 7 = 0$;
- 2) $x^2 - 14x + 5 = 0$;
- 4) $11x^2 + 29x + 3 = 0$.

- 142.** Найдите коэффициенты b и c уравнения $x^2 + bx + c = 0$, если его корнями являются числа:

- 1) -9 и 12;
- 2) $-\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{7}$.

- 143.** Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:

- 1) 2 и 7;
- 5) $-\frac{3}{7}$ и $-\frac{1}{2}$;
- 2) -4 и 11;
- 6) $2 - \sqrt{11}$ и $2 + \sqrt{11}$;
- 3) $\frac{2}{5}$ и 3;
- 7) $\sqrt{13}$ и $-\sqrt{13}$;
- 4) 0,3 и -5;
- 8) $-4 - 3\sqrt{5}$ и $-4 + 3\sqrt{5}$.

- 144.** Число -7 является корнем уравнения $x^2 - 13x + q = 0$. Найдите значение q и второй корень уравнения.

- 145.** Число 4 является корнем уравнения $x^2 + ax - 24 = 0$. Найдите значение a и второй корень уравнения.

- 146.** Число $-\frac{1}{5}$ является корнем уравнения $10x^2 + kx - 7 = 0$. Найдите значение k и второй корень уравнения.

- 147.** Число -0,3 является корнем уравнения $5x^2 - 2,5x + b = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.

- 148.** При каком значении m корни уравнения $x^2 + mx - 11 = 0$ являются противоположными числами? Найдите эти корни.

- 149.** Один из корней уравнения $x^2 - 16x + n = 0$ на 2 меньше другого. Найдите корни уравнения и значение n .

- 150.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + ax + 16 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 = 4x_2$. Найдите корни уравнения и значение a .
- 151.** Корни уравнения $x^2 + 21x + a = 0$ относятся как $4 : 3$. Найдите корни уравнения и значение a .
- 152.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + 2x + q = 0$ удовлетворяют условию $2x_1 + 3x_2 = 1$. Найдите корни уравнения и значение q .
- 153.** Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 13x + 5 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:
- 1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;
 - 2) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$;
 - 3) $x_1^2 + x_2^2$;
 - 4) $x_1^3 + x_2^3$;
 - 5) $(x_1 - x_2)^2$;
 - 6) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.
- 154.** Составьте квадратное уравнение, корни которого на 2 больше соответствующих корней уравнения $x^2 + 3x - 8 = 0$.
- 155.** Составьте квадратное уравнение, корни которого в 2 раза меньше соответствующих корней уравнения $5x^2 - 18x + 8 = 0$.
- 156.** Сумма квадратов корней уравнения $4x^2 - ax - 5 = 0$ равна $\frac{11}{4}$. Найдите значение a .

Квадратный трёхчлен

- 157.** Найдите корни квадратного трёхчлена:
- 1) $x^2 - 13x + 40$;
 - 2) $6x^2 + x - 1$;
 - 3) $x^2 - 8x + 5$.
- 158.** Разложите на множители квадратный трёхчлен:
- 1) $a^2 - 18a + 17$;
 - 2) $-x^2 - 4x + 21$;
 - 3) $60y^2 - 20y - 5$;
 - 4) $-\frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 5$;
 - 5) $\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4}y - \frac{1}{4}$;
 - 6) $45x^2 - 150x + 125$.

159. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x + 4};$

4) $\frac{4a^2 + 12a + 9}{2a^2 + a - 3};$

7) $\frac{x^2 - 4}{5x - x^2 - 6};$

2) $\frac{3x - 9}{x^2 + 4x - 21};$

5) $\frac{a^2 + 5a - 14}{a^2 + 8a + 7};$

8) $\frac{x^2 + 5x - 24}{4x - x^2 - 3};$

3) $\frac{3x^2 - x - 2}{9x^2 - 4};$

6) $\frac{x^3 + 8}{4x^2 + 7x - 2};$

9) $\frac{4x^2 - 7x - 2}{11x - 4x^2 + 3}.$

160. Постройте график функции:

1) $y = \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2};$
 2) $y = \frac{5x^2 + 4x - 1}{x + 1} - \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$

161. Упростите выражение:

1) $\frac{3y^2 - 10y + 8}{4y^2 - 36} \cdot \frac{y - 3}{y - 2} + \frac{0,25 - y}{y + 3};$

2) $\left(\frac{y - 1}{5y^2 - 16y + 3} - \frac{3}{y^2 - 9} \right) : \frac{y - 13}{2y^3 - 18y};$

3) $\left(\frac{6x}{x^2 - x - 2} + \frac{9}{x^2 - 4} \right) : \frac{2x + 1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{x + 13}{x - 2}.$

162. Разложите на множители многочлен:

1) $x^2 + xy - 6y^2;$
 3) $6m^2 - mn - n^2.$

2) $3a^2 - 10ab + 3b^2;$

163. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $(a^2 + 2a - 8)x = a^2 - 4;$

2) $(a^2 - 6a - 27)x = 3a^2 + 10a + 3.$

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

164. Решите уравнение:

1) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0;$

3) $9x^4 - 19x^2 + 2 = 0;$

2) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0;$

4) $5x^4 + 3x^2 - 2 = 0.$

165. Решите уравнение:

1) $\frac{x^2 - 9x}{x + 3} = \frac{36}{x + 3};$

4) $\frac{1}{x - 4} - \frac{1}{x + 6} = \frac{5}{28};$

2) $\frac{x^2 + x}{x^2 - 25} = \frac{45 - 3x}{x^2 - 25};$

5) $\frac{42}{x^2 + 5x} - \frac{3}{x^2 - 5x} = \frac{7}{x};$

3) $\frac{5x - 8}{x - 1} = \frac{14x + 12}{3x + 5};$

6) $\frac{x + 8}{x - 4} - \frac{4}{x - 8} = \frac{2x - 56}{(x - 4)(x - 8)};$

$$7) \frac{1}{x-4} - \frac{3}{x^2+4x} = \frac{24}{x^3-16x};$$

$$8) \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x^2+3x+9} = \frac{6+7x}{x^3-27}.$$

166. Решите уравнение методом замены переменной:

- 1) $(x^2 - 7)^2 - 6(x^2 - 7) - 16 = 0;$
- 2) $(x - 3)^4 - 5(x - 3)^2 + 4 = 0;$
- 3) $(x^2 + 2x)^2 - 27(x^2 + 2x) + 72 = 0;$
- 4) $(x^2 - 5x - 2)^2 + 4x^2 - 20x - 40 = 0;$
- 5) $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) = -1;$
- 6) $(x^4 - 5x^2)^2 - 2(x^4 - 5x^2) = 24.$

167. Решите уравнение методом замены переменной:

$$1) \frac{x^2}{(3x+1)^2} - \frac{6x}{3x+1} + 5 = 0;$$

$$2) \frac{x-5}{x+3} + \frac{x+3}{x-5} = -2\frac{1}{2};$$

$$3) \frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{3(2x+1)} = -\frac{8}{3};$$

$$4) \frac{4x-3}{x+1} + \frac{4(x+1)}{4x-3} = 5;$$

$$5) \frac{x^2+2x-2}{5} - \frac{6}{5x^2+10x-10} = 1;$$

$$6) \frac{x^2+4x-9}{x} - \frac{4x}{x^2+4x-9} = 3;$$

$$7) \frac{2}{x^2+3x+4} + \frac{3}{x^2+3x+1} = \frac{8}{x^2+3x-2};$$

$$8) \frac{21}{x^2-4x+10} - x^2 + 4x = 6.$$

168. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \frac{x^2-3x+2}{x-a} = 0;$$

$$3) \frac{x^2-(a+3)x+3a}{x-1} = 0;$$

$$2) \frac{x-a}{x^2-3x+2} = 0;$$

$$4) \frac{x^2-(a-1)x+a-2}{x-1} = 0.$$

169. При каких значениях a уравнение $\frac{x^2-2ax+3}{x-2} = 0$ имеет единственный корень?

**Рациональные уравнения как математические модели
реальных ситуаций**

170. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч меньше скорости второго, поэтому 420 км он проезжает на 1 ч дольше второго автомобиля. Найдите скорость каждого автомобиля.
171. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 15 км, турист шёл со скоростью на 2 км/ч меньшей, чем из пункта B в пункт C , расстояние между которыми 16 км. С какой скоростью шёл турист из пункта A в пункт B , если из пункта B в пункт C он шёл на 30 мин меньше, чем из пункта A в пункт B ?
172. Автомобиль должен был проехать 225 км. Проехав $\frac{8}{15}$ этого расстояния, автомобиль уменьшил свою скорость на 10 км/ч. Найдите скорость автомобиля на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 3 ч.
173. Катер прошёл 20 км по озеру, а затем 44 км по реке, вытекающей из этого озера, за 3 ч. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки составляет 2 км/ч.
174. Буксир прошёл 4 км по течению реки и 3 км против течения, затратив на путь по течению на 4 мин меньше, чем на путь против течения. Найдите собственную скорость буксира, если скорость течения реки составляет 3 км/ч.
175. Бригада рабочих должна была изготовить 900 деталей. В связи с болезнью одного из рабочих каждому из работавших пришлось изготовить на 10 деталей больше, чем планировалось. Сколько рабочих в полном составе бригады?
176. Знаменатель обыкновенной дроби на 11 больше её числителя. Если числитель этой дроби увеличить на 1, а знаменатель уменьшить на 2, то полученная дробь будет на $\frac{1}{9}$ больше исходной. Найдите исходную дробь.

- 177.** Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За сколько часов может вспахать поле каждая бригада самостоятельно, если одной бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем другой?
- 178.** Через первую трубу можно заполнить бассейн на 24 ч быстрее, чем через вторую. Сначала открыли вторую трубу, а через 4 ч — первую. Через 10 ч совместной работы двух труб водой была заполнена $\frac{1}{3}$ бассейна. За сколько часов может заполнить бассейн каждая труба самостоятельно?
- 179.** Слиток меди и цинка, содержащий 5 кг цинка, сплавили с 15 кг цинка. Процентное содержание цинка в новом слитке на 30 % больше, чем в исходном. Сколько килограммов меди содержится в слитке?
- 180.** Раствор содержал 140 г воды. Через некоторое время 50 г воды испарили, после чего концентрация соли увеличилась на 10 %. Сколько граммов соли содержит раствор?

Вариант 3

Повторение

- 1.** Представьте в виде степени с основанием b выражение:
- 1) $(b^3)^4$; 3) b^5b^2 ; 5) $(b^8)^3 \cdot (b^3)^8$;
- 2) $(-b^7)^2$; 4) $((b^2)^3)^6$; 6) $(-b^3)^5 \cdot (-b^5)^7 : b^{25}$.
- 2.** Упростите выражение:
- 1) $(x + 3)(x - 7) - 4x(5 - 2x)$;
- 2) $(y + 2)(y - 6) + (y + 3)(y - 4)$;
- 3) $(a - 3)(3a + 1) - (2a + 3)(4a - 1)$;
- 4) $(x + 4)^2 - (x - 2)(x + 2)$;
- 5) $(8a - 3b)(8a + 3b) - (6a - 5b)^2$;
- 6) $(m - 3)(m + 4) - (m + 2)^2 + (4 - m)(m + 4)$.
- 3.** Разложите на множители:
- 1) $3a - 15b$; 6) $18ab^2 + 9ab$;
- 2) $5x - 2xy$; 7) $22mn^2 + 33m^2n$;
- 3) $7mn + 7mk$; 8) $-4a^4 + 20a^{10}$;
- 4) $6a^2 - 12ab$; 9) $3x^2 + 15x^4 - 21x^6$;
- 5) $x^7 - x^3$; 10) $4a^2b^3 - 12ab^2 + 20a^2b$.
- 4.** Разложите на множители:
- 1) $4a - 4b + ca - cb$; 4) $12xy^2 - 4y^2 + 3x^2y - xy$;
- 2) $5a - ab - 5 + b$; 5) $3x^3 - 5x^2y - 9x + 15y$;
- 3) $a^7 + a^5 - 2a^2 - 2$; 6) $m^3n^3 - m + m^2n^4 - n$.
- 5.** Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена:
- 1) $a^2 + 10a + 25$; 4) $72xy + 16x^2 + 81y^2$;
- 2) $4x^2 - 4x + 1$; 5) $m^8 - 6m^4n^5 + 9n^{10}$;
- 3) $64n^2 - 80nq + 25q^2$; 6) $49x^{12} + y^6 + 14x^6y^3$.
- 6.** Разложите на множители:
- 1) $x^2 - 100$; 5) $x^4y^4 - \frac{9}{16}$;
- 2) $49 - 81b^2$; 6) $m^8 - n^{10}$;
- 3) $9x^2 - 64y^2$; 7) $0,16p^4 - q^6$;
- 4) $0,25a^2 - 1,44b^2$; 8) $-4 + x^4y^{18}$.
- 7.** Разложите на множители:
- 1) $a^3 + 1$; 3) $343 + m^6n^6$;
- 2) $64y^3 - x^3$; 4) $a^6 - b^{15}$.

8. Разложите на множители:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------------|
| 1) $3a^3 - 27a;$ | 5) $-75b^6 + 30b^4 - 3b^2;$ |
| 2) $3x^4 - 3x^2y^2;$ | 6) $2x^6 - 16y^9;$ |
| 3) $4m^2n^4 - 64m^2p^4;$ | 7) $x + 4y + x^2 - 16y^2;$ |
| 4) $2x^2 + 24xy + 72y^2;$ | 8) $x^2y^5 - y^5 - x^2y^3 + y^3.$ |

Рациональные дроби

9. Найдите значение выражения:

- | |
|---|
| 1) $\frac{4x + y}{5x - 4y}$, если $x = -4$, $y = 2$; |
| 2) $\frac{a^2 - 4a}{7a - 1}$, если $a = 0,2$. |

10. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- | | | |
|----------------------------|---------------------------|--|
| 1) $3y - 6;$ | 5) $\frac{12}{x^2 - 36};$ | 9) $\frac{x - 1}{x^2 + 10x + 25};$ |
| 2) $\frac{m - 4}{7};$ | 6) $\frac{9}{x^6 + 1};$ | 10) $\frac{c}{c - 3} - \frac{6}{c + 4};$ |
| 3) $\frac{7}{m - 4};$ | 7) $\frac{7}{ x - 8};$ | 11) $\frac{9}{x(x + 9)};$ |
| 4) $\frac{c - 8}{c + 10};$ | 8) $\frac{x}{ x + 4};$ | 12) $\frac{2}{2 + \frac{2}{x}}?$ |

11. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются:

- 1) все числа, кроме 8;
- 2) все числа, кроме -3 и 5 ;
- 3) все числа, кроме -4 , 4 и 7 ;
- 4) все числа.

12. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной c значение дроби:

- 1) $\frac{c^2 - 2c + 2}{c^2 + 18a + 81}$ положительное;
- 2) $\frac{10c - 25 - c^2}{c^8 + 1}$ неположительное.

Основное свойство рациональной дроби

13. Сократите дробь:

1) $\frac{7x}{21y}$; 3) $\frac{25n^3}{15n^6}$; 5) $\frac{48a^5b^7}{32a^3b^8}$;

2) $\frac{16ab}{4ac}$; 4) $\frac{8ab^3c^2}{16a^2bc^3}$; 6) $\frac{34m^9n^3}{54m^4n^7}$.

14. Сократите дробь:

1) $\frac{9c + 27d}{9c}$; 6) $\frac{a^5 - a^7}{a^6 - a^4}$;

2) $\frac{6a - 18b}{7a - 21b}$; 7) $\frac{a^3 - 216}{2a - 12}$;

3) $\frac{a^2 - 64}{3a + 24}$; 8) $\frac{3m^2 - 6m + 12}{6m^3 + 48}$;

4) $\frac{20x^2 - 5x}{6 - 24x}$; 9) $\frac{am - mb - 6a + 6b}{m^2 - 36}$.

5) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 10x + 25}$;

15. Найдите значение выражения:

1) $\frac{m^6n^7 + m^4n^9}{m^4n^7}$, если $m = -0,9$, $n = -0,1$;

2) $\frac{3a^3 - 48a}{5a^3 - 40a^2 + 80a}$, если $a = 16$;

3) $\frac{(5a + 5b)^2}{5a^2 - 5b^2}$, если $a = 0,3$, $b = -0,2$;

4) $\frac{20x^2 - 60xy + 45y^2}{21y - 14x}$, если $2x - 3y = 0,7$.

16. Приведите дробь:

1) $\frac{a}{b^4}$ к знаменателю b^6 ;

2) $\frac{b}{7c}$ к знаменателю $28c^4p^3$;

3) $\frac{8}{5a^3b}$ к знаменателю $45a^4b^3$;

4) $\frac{3}{b + 6}$ к знаменателю $4b + 24$;

5) $\frac{10}{c - 7}$ к знаменателю $c^2 - 7c$;

6) $\frac{a+3}{a-5}$ к знаменателю $a^2 - 25$.

17. Постройте график функции:

1) $y = -\frac{3x}{x}$;

5) $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$;

2) $y = \frac{x+5}{x+5}$;

6) $y = \frac{(1-x)^3}{(x-1)^2}$;

3) $y = x - \frac{x+4}{x+4}$;

7) $y = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1}$;

4) $y = \frac{x+1}{x+1} + 3x$;

8) $y = \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x-1} - \frac{x^2 - 2x}{x}$.

18. Решите уравнение:

1) $\frac{x+9}{x+9} = 1$; 2) $\frac{x^2 - 36}{x-6} = 12$; 3) $\frac{x+15}{|x|-15} = 0$.

19. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $(a-8)x = 3$; 3) $(a-8)x = a^2 - 16a + 64$;
 2) $(a+5)x = a+5$; 4) $(a^2 - 9)x = a+3$.

Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

20. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{6m}{26} + \frac{7m}{26}$; 4) $\frac{8m - 5n}{mn} - \frac{2m - 5n}{mn}$;

2) $\frac{14a}{9b} - \frac{5a}{9b}$; 5) $\frac{2y}{y^2 - 49} - \frac{14}{y^2 - 49}$;

3) $\frac{4b - 15c}{18a} + \frac{2b + 3c}{18a}$; 6) $\frac{x^2 + 12x}{25 - x^2} - \frac{2x - 25}{25 - x^2}$.

21. Упростите выражение:

1) $\frac{b-6}{b-3} - \frac{b}{3-b}$; 3) $\frac{(3a+1)^2}{24a-24} + \frac{(a+3)^2}{24-24a}$;

2) $\frac{6c+4}{7-c} + \frac{3c+25}{c-7}$; 4) $\frac{36-8x}{(x-6)^2} - \frac{4x-x^2}{(6-x)^2}$.

22. Запишите дробь в виде суммы целого выражения и дроби:

1) $\frac{b+10}{b}$; 2) $\frac{a^2 + 7a + 6}{a+7}$; 3) $\frac{c^2 + 6c - 9}{c-2}$.

- 23.** Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{5n^2 + 6n + 21}{n}; \quad 2) \frac{3n^3 + 4n^2 + 162}{n^2}; \quad 3) \frac{12n + 11}{3n - 2}.$$

Сложение и вычитание рациональных дробей
с разными знаменателями

- 24.** Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{6}{x} + \frac{8}{y}; & 4) \frac{7a}{6m^2n} + \frac{9b}{4mn} - \frac{3c}{8mn^2}; \\ 2) \frac{2}{c} - \frac{7}{cd}; & 5) \frac{2x^2 - 4y^2}{xy} + \frac{6x + 4y}{x}; \\ 3) \frac{9}{10mn} - \frac{14}{15mn}; & 6) \frac{4b^2 - 6b + 1}{ab^2} - \frac{b - 5}{ab}. \end{array}$$

- 25.** Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x - 5}{4x + 4} - \frac{x - 2}{x + 1}; & 4) \frac{7m}{5m - 30} + \frac{2m}{18 - 3m}; \\ 2) \frac{b + 2}{2b - 8} + \frac{4 - b}{3b - 12}; & 5) \frac{4a}{4a + b} - \frac{16a^2}{16a^2 + 8ab + b^2}; \\ 3) \frac{c + 4}{c - 4} - \frac{c - 3}{c + 4}; & 6) \frac{8}{b^2 - 25} - \frac{4}{b^2 + 5b}. \end{array}$$

- 26.** Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) a + \frac{1}{b}; & 4) \frac{3m + 2}{m - 3} - 2; \\ 2) \frac{6}{c^4} - \frac{4}{c^2} + 3; & 5) \frac{x^2 - y^2}{4x + y} + 4x - y; \\ 3) 7 - \frac{5x + 7y}{y}; & 6) a - \frac{16}{a - 4} - 4. \end{array}$$

- 27.** Упростите выражение:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{4x^2 + 9y^2}{4x^2 - 9y^2} - \frac{3y}{2x + 3y} + \frac{3y}{3y - 2x}; \\ 2) \frac{x + 6}{5x - 10} - \frac{3}{x} - \frac{26 - 5x}{5x^2 - 10x}; \\ 3) \frac{c + 1}{2c^2 - 24c + 72} - \frac{1}{7c - 42}; \end{array}$$

4) $\frac{y+3}{2y+2} - \frac{y+1}{2y-2} + \frac{3}{y^2-1};$
 5) $\frac{a+1}{a^2+a+1} - \frac{1}{a-1} + \frac{a^3+a+1}{a^3-1}.$

**Умножение и деление рациональных дробей.
Возведение рациональной дроби в степень**

28. Выполните умножение:

1) $\frac{6y}{x} \cdot \frac{x}{24y};$ 4) $16b^5 \cdot \frac{7c^2}{8b^{10}};$
 2) $\frac{x^4y}{28a} \cdot \left(-\frac{7a}{x^3y^6} \right);$ 5) $\frac{11n^4}{12p^6} \cdot 24p^8;$
 3) $\frac{36a^8}{25b^6} \cdot \frac{15b^2}{27a^4};$ 6) $\frac{5a^5b^2}{28mn^2} \cdot \frac{8am^4}{15bn^3} \cdot \frac{21b^3n^6}{32a^6m^3}.$

29. Упростите выражение:

1) $\frac{4mn - m^2}{7} \cdot \frac{14c}{m^4};$ 3) $\frac{x^2 - 49}{x^2 + 9x} \cdot \frac{x^2 - 81}{x^2 - 7x};$
 2) $\frac{3xy - y^2}{xy + 2y^2} \cdot \frac{x^2y + 2xy^2}{3x^3 - x^2y};$ 4) $\frac{3b^2 + 6b + 3}{b^3 - 8} \cdot \frac{2b^2 + 4b + 8}{9b + 9}.$

30. Выполните возведение в степень:

1) $\left(\frac{x^8}{y^5} \right)^5;$ 2) $\left(-\frac{6b^3}{7c} \right)^2;$ 3) $\left(-\frac{4m^2n^4}{9p^6k^7} \right)^3.$

31. Выполните деление:

1) $\frac{21b^8}{10c^6} : \frac{7b^2}{30c^3};$ 4) $\frac{60m^6n^5}{17p^4} : (15m^8n^{10});$
 2) $\frac{40a^5b^9}{39c^6d^{14}} : \left(-\frac{5a^8b^3}{26c^{12}d^7} \right);$ 5) $\frac{17a^6b^{10}}{16c^2d^5} : \frac{34a^4b^4}{24c^6d^6} : \frac{15b^8d^4}{8a^8c^3};$
 3) $36x^{16}y^{14} : \frac{18x^{18}y^{10}}{11m^3};$ 6) $\left(-\frac{9x^5y^2}{7z^4} \right)^3 : \left(-\frac{9x^4y^{10}}{7z^3} \right)^4.$

32. Выполните деление:

1) $\frac{x-3}{6x^3} : \frac{x^2 - 6x + 9}{18x^4};$
 2) $\frac{x^2 + 4x}{5x - 5} : \frac{7x + 28}{x - 1};$

3) $\frac{m^2 - 4m + 4}{m^2 - 4} : (m - 2);$

4) $\frac{a^2 - 81b^2}{49a^2 - 25b^2} : \frac{a^2 + 18ab + 81b^2}{49a^2 - 70ab + 25b^2}.$

33. Известно, что $5x - \frac{1}{x} = 4$. Найдите значение выражения $25x^2 + \frac{1}{x^2}$.
34. Известно, что $x^2 + \frac{81}{x^2} = 118$. Найдите значение выражения $x - \frac{9}{x}$.

Тождественные преобразования рациональных выражений

35. Упростите выражение:

1) $\left(\frac{a+9}{a-9} - \frac{a-9}{a+9} \right) : \frac{18a^2}{81-a^2};$

2) $\left(3x - \frac{6x}{x+5} \right) : \frac{9x+27}{8x+40};$

3) $\frac{2a}{a-5} - \frac{a+7}{4a-20} \cdot \frac{200}{a^2+7a};$

4) $\left(\frac{4c}{c-4} - \frac{3c}{c^2-8c+16} \right) : \frac{4c-19}{c^2-16} - \frac{4c+16}{c-4};$

5) $\left(\frac{n^2}{m^3-mn^2} + \frac{1}{m-n} \right) : \left(\frac{m}{mn-n^2} - \frac{m+n}{mn-m^2} \right);$

6) $\left(\frac{b^2+9}{b^2-9} + \frac{b}{b+3} + \frac{b}{3-b} \right) : \frac{b^2-3b}{(b+3)^2}.$

36. Докажите тождество:

1) $\frac{c+6}{c^2-4c+4} \cdot \frac{c^2-36}{16c-32} - \frac{4}{c-6} = \frac{4}{2-c};$

2) $\left(\frac{1}{(x-7)^2} + \frac{2}{x^2-49} + \frac{1}{(x+7)^2} \right) : \frac{16x^4}{(x^2-49)^2} = \frac{1}{4x^2}.$

- 37.** Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\left(\frac{1}{a+2} - \frac{12}{a^3+8} + \frac{6}{a^2-2a+4} \right) \cdot \left(a - \frac{4a-4}{a+2} \right)$$

не зависит от значения a .

- 38.** Упростите выражение:

$$1) \frac{a - \frac{4a-4}{a}}{\frac{2}{a}-1}; \quad 2) \frac{\frac{n+9}{n}-\frac{n}{n-9}}{\frac{n}{n+9}-\frac{n-9}{n}}.$$

Равносильные уравнения.

Рациональные уравнения

- 39.** Равносильны ли уравнения:

- 1) $x + 4 = 11$ и $6x = 42$;
- 2) $x + 8 = 0$ и $(x - 8)(x + 8) = 0$;
- 3) $x^2 = -9$ и $\frac{8}{x} = 0$;
- 4) $x + 10 = 10 + x$ и $\frac{x-5}{x-5} = 1?$

- 40.** Составьте уравнение, равносильное данному:

- 1) $5x - 8 = 22$;
- 2) $x^2 = 49$;
- 3) $x - 3 = x + 6$.

- 41.** Решите уравнение:

- 1) $\frac{x+8}{x-2} = 0$;
- 2) $\frac{x^2-81}{x-9} = 0$;
- 3) $\frac{x+8}{x^2-64} = 0$;
- 4) $\frac{9}{x-2} - \frac{7}{x+2} = 0$;
- 5) $\frac{x-2}{x+3} = \frac{4x-1}{4x+1}$;
- 6) $\frac{4x-3}{x+1} - \frac{6x-5}{2x+1} = 1$;
- 7) $\frac{x^2+33}{x^2-9} = \frac{8}{x+3} - \frac{x+4}{3-x}$;
- 8) $\frac{6}{x^2+x} - \frac{x-6}{x^2-x} + \frac{10}{x^2-1} = 0$.

- 42.** Для каждого значения a решите уравнение:

- 1) $\frac{x+6}{x-a} = 0$;
- 2) $\frac{x+a}{x-8} = 0$;
- 3) $\frac{(a+2)(x-a)}{x-9} = 0$;
- 4) $\frac{(x+a)(x-2)}{x-5} = 0$.

Степень с целым отрицательным показателем

43. Вычислите:

- 1) 11^{-2} ; 4) $(-4)^{-3}$; 7) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$; 10) $1,2^{-2}$.
 2) 6^{-3} ; 5) $\left(-\frac{1}{9}\right)^{-1}$; 8) $\left(1\frac{3}{4}\right)^{-1}$;
 3) $(-5)^{-4}$; 6) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-3}$; 9) $0,7^{-2}$;

44. Найдите значение выражения:

- 1) $5^{-2} + 10^{-3}$;
 2) $\left(\frac{6}{7}\right)^{-1} + 6^{-2} - (-3,5)^0$;
 3) $\left(\frac{9}{4}\right)^{-2} \cdot 2^{-5}$.

45. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

$$1) \frac{4a^{-8}b^6c^{-12}}{7m^{-5}n^{-10}p^{-16}}; \quad 2) \frac{9,4^0x^{-14}y^{-18}z^2}{8^{-1}a^0b^{-22}c^{-6}}.$$

46. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

- 1) 42 000; 4) 0,0000008; 7) $64 \cdot 10^6$;
 2) 59; 5) 0,76; 8) $95 \cdot 10^{-5}$.
 3) 0,0024; 6) $830 \cdot 10^5$;

47. Число, представленное в стандартном виде, запишите в виде натурального числа или десятичной дроби:

- 1) $7,3 \cdot 10^5$; 2) $4,6 \cdot 10^{-4}$.

48. Сравните:

- 1) $6,2 \cdot 10^9$ и $9,4 \cdot 10^8$; 3) $2,78 \cdot 10^7$ и $0,27 \cdot 10^8$;
 2) $3,2 \cdot 10^{-4}$ и $4,8 \cdot 10^{-5}$; 4) $58,3 \cdot 10^{-7}$ и $0,075 \cdot 10^{-5}$.

49. Порядок некоторого натурального числа равен 7. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

50. Десятичная запись некоторого натурального числа состоит из четырёх цифр. Чему равен порядок этого числа?

Свойства степени с целым показателем

- 51.** Представьте выражение в виде степени с основанием b или произведения степеней с разными основаниями:
- 1) $b^{-7} \cdot b^{15}$;
 - 2) $b^6 \cdot b^{-9}$;
 - 3) $b^{-8} \cdot b^{14} \cdot b^{-22}$;
 - 4) $b^{-4} : b^3$;
 - 5) $b^{-10} : b^{-16}$;
 - 6) $b^{18} \cdot b^{-27} : b^{11}$;
 - 7) $(b^{-9})^2$;
 - 8) $(b^4)^{-6} \cdot (b^{-3})^{-9} : (b^{-2})^7$;
 - 9) $(m^6 n^{-4} p^8)^{-5}$;
 - 10) $(a^5 c^{-7})^{-8} \cdot (a^{-3} c^{-6})^9$;
 - 11) $\left(\frac{a^{10} b^{-9}}{c^3 p^{-2}}\right)^{-11}$;
 - 12) $\left(\frac{m^9}{n^{-8}}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{m^{-10}}{n^{26}}\right)^{-2}$.
- 52.** Найдите значение выражения:
- 1) $19^9 \cdot 19^{-11}$;
 - 2) $10^{-20} \cdot 10^{24}$;
 - 3) $8^{-13} : 8^{-15}$;
 - 4) $7^{-16} \cdot 7^{-17} : 7^{-34}$;
 - 5) $(23^{-12})^2 \cdot (23^{-8})^{-3}$;
 - 6) $\frac{12^{-8} \cdot (12^{-4})^3}{(12^{-2})^9 \cdot 12^{-2}}$.
- 53.** Найдите значение выражения:
- 1) $16^{-7} : 64^{-4}$;
 - 2) $\frac{(-49)^{-5} \cdot 7^{-4}}{343^{-8} \cdot (-7)^8}$;
 - 3) $\frac{15^7 \cdot 3^{-12}}{45^{-4} \cdot 5^{13}}$;
 - 4) $\frac{(0,1)^{-3} \cdot 100^{-5}}{1\ 000^{-2}}$.
- 54.** Упростите выражение:
- 1) $\frac{2}{3} x^{-8} y^5 \cdot \frac{3}{4} x^{10} y^{-3}$;
 - 2) $-0,6 a^{-5} b^7 \cdot 1,2 a^9 b^{-6}$;
 - 3) $0,32 m^{-8} n^4 p^{-10} \cdot 1 \frac{1}{8} m^{12} n^{-11} p^8$;
 - 4) $9 b^{-9} \cdot (-5 b^{-4} c^4)^{-2}$.
- 55.** Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:
- 1) $\frac{19 a^{-15}}{21 c^{-4}} \cdot \frac{63 c^6}{38 a^{-21}}$;
 - 2) $-3,6 b^{-9} c^8 \cdot (-6 b^{-4} c^{-3})^{-2}$;
 - 3) $6 \frac{1}{4} x^{-2} y^3 \cdot \left(2 \frac{1}{2} x^{-3} y^2\right)^{-3}$;

4) $(-100m^{-4}np^{10})^{-2} \cdot (0,1mp^{-7})^{-3}$;

5) $\left(-\frac{1}{7}a^{-6}b^{-9}\right)^{-3} \cdot (-7a^5b^{11})^{-2}$;

6) $\left(\frac{6x^{-1}}{y^{-8}}\right)^{-4} \cdot (36x^{-2}y^7)^3$.

- 56.** Выполните вычисления и запишите результат в стандартном виде:

1) $(1,7 \cdot 10^{-5}) \cdot (7 \cdot 10^8)$; 3) $\frac{4,2 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^5}$;

2) $(3 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,6 \cdot 10^{-6})$; 4) $\frac{1,4 \cdot 10^9}{2,8 \cdot 10^5}$.

- 57.** Упростите выражение:

1) $(a^{-6} + 3)(a^{-6} - 3) - (a^{-6} + 4)^2$;

2) $\frac{a^{-2} + 2a^{-1}b^{-1} + b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}}$;

3) $\frac{m^{-4} + n^{-6}}{2m^{-4} - 2m^{-2}n^{-3}} - \frac{n^{-3}}{m^{-2} - n^{-3}}$;

4) $\frac{a^{-6} + b^{-6}}{b^{-7}} \cdot \frac{a^{-6}b^{-3} + b^{-9}}{b^{-8}}$.

- 58.** Упростите выражение и запишите результат в виде рационального выражения, не содержащего степени с отрицательным показателем:

1) $\frac{m^{-2} - 5}{m^{-8}} - \frac{m^{-4} - 25}{m^{-8}} \cdot \frac{1}{m^{-2} - 5}$;

2) $\left(\frac{5a^{-6}}{a^{-12} - 14a^{-6} + 49} - \frac{a^{-6}}{a^{-6} - 7}\right) \cdot \frac{49 - a^{-12}}{12 - a^{-6}} + \frac{14a^{-6}}{a^{-6} - 7}$.

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

- 59.** Данна функция $y = -\frac{42}{x}$. Найдите:

1) значение функции, если значение аргумента равно: 7; -2; 0,3;

2) значение аргумента, при котором значение функции равно: 14; -12; 60.

- 60.** Постройте график функции $y = \frac{8}{x}$. Пользуясь графиком, найдите:
- 1) значение функции, если значение аргумента равно -4 ;
 - 2) значение аргумента, при котором значение функции равно 1 ;
 - 3) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения.
- 61.** Не выполняя построения графика функции $y = -\frac{54}{x}$, определите, проходит ли этот график через точку:
- 1) $A (-6; -9)$; 3) $C (-3; 18)$;
 - 2) $B (27; -2)$; 4) $D (1,5; 36)$.
- 62.** Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку: 1) $A (-7; 3)$; 2) $B \left(\frac{1}{6}; -12\right)$; 3) $C (-0,3; -2,7)$.
- 63.** Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = x - 1$ и определите координаты точек их пересечения.
- 64.** Постройте график функции $y = \frac{5}{|x|}$.
- 65.** Постройте график функции:
- 1) $y = \begin{cases} -\frac{4}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ 3 - x, & \text{если } x > -1; \end{cases}$
 - 2) $y = \begin{cases} -1, & \text{если } x \leq -9, \\ \frac{9}{x}, & \text{если } -9 < x < -3, \\ 2x + 3, & \text{если } x \geq -3. \end{cases}$
- 66.** Постройте график функции:
- 1) $y = \frac{6x - 12}{x^2 - 2x}$;
 - 2) $y = \frac{7x^2 - 7}{x - x^3}$.

Функция $y = x^2$ и её график

- 67.** Не выполняя построения графика функции $y = x^2$, определите, проходит ли этот график через точку:
 1) $M(-9; 81)$; 2) $N(-6; -36)$; 3) $P(0,4; 1,6)$.
- 68.** Решите графически уравнение:
 1) $x^2 = 3x - 2$; 2) $x^2 + x + 2 = 0$.
- 69.** Данна функция $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq -2, \\ x + 6, & \text{если } x > -2. \end{cases}$
 1) Найдите $f(-5), f(-2), f(-1)$.
 2) Постройте график данной функции.

Квадратные корни.

Арифметический квадратный корень

- 70.** Имеет ли смысл выражение:
 1) $\sqrt{6}$; 2) $-\sqrt{6}$; 3) $\sqrt{-6}$; 4) $\sqrt{(-6)^2}$?
- 71.** Найдите значение выражения:
 1) $0,7\sqrt{100} - \frac{1}{3}\sqrt{36}$;
 2) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{0,25} + \sqrt{5^3 - 4}$;
 3) $3\sqrt{0,81} - \sqrt{9^2 + 12^2}$;
 4) $\sqrt{7\frac{1}{9}} + \sqrt{3\frac{1}{16}} - 0,04\sqrt{90\,000}$.
- 72.** Найдите значение выражения:
 1) $(\sqrt{11})^2 - \sqrt{1,44}$; 3) $14 \cdot \left(-\frac{1}{7}\sqrt{15}\right)^2 - \frac{1}{8} \cdot (2\sqrt{6})^2$;
 2) $(2\sqrt{13})^2 - (5\sqrt{8})^2$; 4) $\sqrt{529} - \left(\frac{1}{2}\sqrt{84}\right)^2$.
- 73.** При каких значениях a имеет смысл выражение:
 1) $\sqrt{a - 9}$; 3) $\sqrt{(a - 6)^2}$; 5) $\sqrt{-a - 6}$;
 2) $\sqrt{2 - a}$; 4) $\sqrt{a^8 + 1}$; 6) $\sqrt{-(a - 6)^{12}}$?
- 74.** Решите уравнение:
 1) $\sqrt{x} = 3$; 3) $\sqrt{x} - 6 = 0$; 5) $\frac{1}{4}\sqrt{x} + 2 = 0$;
 2) $\sqrt{x} = \frac{2}{9}$; 4) $4\sqrt{x} - 7 = 0$; 6) $\sqrt{10x} - 9 = 0$;

7) $\sqrt{10x - 9} = 0;$

10) $\frac{30}{\sqrt{x - 7}} = 6;$

8) $\sqrt{10x - 9} = 4;$

11) $\sqrt{10 + \sqrt{4 + \sqrt{x}}} = 4;$

9) $\frac{32}{\sqrt{x}} = 4;$

12) $(x - 4)\sqrt{x^2 - 25} = 0.$

75. Решите уравнение:

1) $x^2 = 16;$

3) $(x + 4)^2 = 0;$

5) $(x + 6)^2 = 49;$

2) $x^2 = 15;$

4) $x^2 = -1;$

6) $(x - 5)^2 = 3.$

76. При каких значениях a уравнение $x^2 = a + 7$:

1) имеет два корня; 3) не имеет корней?

2) имеет один корень;

77. При каких значениях a уравнение $(a - 4)x^2 = 5$:

1) имеет корни; 2) не имеет корней?

78. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $\sqrt{x} = a - 3;$ 3) $\sqrt{a(x - 3)} = 0;$

2) $(a - 3)\sqrt{x} = 0;$ 4) $(a - 3)\sqrt{x} = a - 3.$

Множество и его элементы

- 79.** Известно, что C — множество однозначных натуральных чётных чисел. Поставьте вместо звёздочки знак \in или \notin так, чтобы получилось верное утверждение:
- 1) $9 * C;$
2) $4 * C;$
3) $8 * C;$
4) $0 * C.$
- 80.** Запишите множество корней уравнения:
- 1) $6x - 3 = 0;$
3) $(x - 4)(x^2 - 16) = 0.$
- 2) $(x - 7)(x + 6) = 0;$
- 81.** Задайте перечислением элементов множество:
- 1) неправильных дробей с числителем 6;
- 2) букв слова «химия»;
- 3) цифр числа 2 211 002.
- 82.** Равны ли множества A и B , если:
- 1) $A = \{8, 12\}, B = \{12, 8\};$
- 2) $A = \{(8; 12)\}, B = \{(12; 8)\};$
- 3) A — множество корней уравнения $x^2 + 9 = 0$, $B = \{-3, 3\};$
- 4) A — множество равнобоких трапеций, B — множество трапеций, около которых можно описать окружность?

Подмножество. Операции над множествами

- 83.** Пусть C — множество цифр числа 1 123. Является ли множество цифр числа x подмножеством множества C , если:
- 1) $x = 321$;
 - 3) $x = 2121$;
 - 2) $x = 234$;
 - 4) $x = 111\ 111$?
- 84.** Запишите все подмножества множества $\{5, 6, 7\}$.
- 85.** Найдите пересечение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 42 188, B — множество цифр числа 72 294;
 - 2) A — множество делителей числа 18, B — множество делителей числа 42;
 - 3) A — множество однозначных чисел, B — множество чисел, кратных числу 5;
 - 4) A — множество простых чисел, B — множество составных чисел;
 - 5) A — множество ромбов, B — множество параллелограммов.
- 86.** Найдите объединение множеств A и B , если:
- 1) A — множество цифр числа 53 299, B — множество цифр числа 63 986;
 - 2) A — множество делителей числа 24, B — множество делителей числа 32;
 - 3) A — множество ромбов, B — множество параллелограммов.

Числовые множества

- 87.** Верно ли утверждение:
- 1) $1 \in \mathbf{N}$;
 - 5) $-2,3 \notin \mathbf{N}$;
 - 9) $\sqrt{7} \notin \mathbf{R}$;
 - 2) $1 \notin \mathbf{Z}$;
 - 6) $-2,3 \notin \mathbf{Q}$;
 - 10) $\sqrt{49} \notin \mathbf{N}$;
 - 3) $1 \in \mathbf{Q}$;
 - 7) $-2,3 \in \mathbf{R}$;
 - 11) $\sqrt{49} \in \mathbf{Z}$;
 - 4) $1 \in \mathbf{R}$;
 - 8) $\sqrt{7} \in \mathbf{Q}$;
 - 12) $\sqrt{49} \notin \mathbf{Q}$?
- 88.** Сравните числа:
- 1) $\frac{2}{9}$ и $0,22$;
 - 3) $-4,(39)$ и $-4,39$;
 - 2) $7,(24)$ и $7,24$;
 - 4) $8,(12)$ и $8,(13)$.

Свойства арифметического квадратного корня

89. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{19,8^2};$

3) $\frac{1}{5}\sqrt{65^2};$

5) $\sqrt{5^4};$

2) $\sqrt{(-1,26)^2};$

4) $-1,2\sqrt{(-7)^2};$

6) $\sqrt{(-19)^4}.$

90. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{4 \cdot 49};$

4) $\sqrt{5 \frac{1}{16} \cdot \frac{9}{25}};$

2) $\sqrt{0,01 \cdot 64};$

5) $\sqrt{2^{10} \cdot 7^2};$

3) $\sqrt{0,04 \cdot 0,81 \cdot 225};$

6) $\sqrt{(-6)^6 \cdot 0,2^4 \cdot (-2)^2}.$

91. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{6};$

3) $\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{5}};$

2) $\sqrt{810} \cdot \sqrt{640};$

4) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{0,05}}.$

92. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{6 \cdot 54};$

3) $\sqrt{4,9 \cdot 19,6};$

2) $\sqrt{11 \cdot 44};$

4) $\sqrt{2560 \cdot 3,6}.$

93. Упростите выражение:

1) $\sqrt{100c^6}$, если $c \leq 0$;

2) $\sqrt{9m^4n^{34}}$, если $n \geq 0$;

3) $\sqrt{0,16a^{38}b^{42}}$, если $a \geq 0$, $b \leq 0$;

4) $\frac{\sqrt{x^{20}y^{46}z^{50}}}{x^8y^9z^{12}}$, если $y > 0$, $z < 0$;

5) $\frac{3,5a^{15}}{b^{10}} \sqrt{\frac{b^{24}}{0,25a^{26}}}$, если $a > 0$;

6) $-0,6c^7 \sqrt{1,44b^{12}c^{14}}$, если $c \leq 0$.

94. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x^2} - x + 3$, если $x \geq 0$;

3) $y = \sqrt{x^2} + 2.$

2) $y = \sqrt{x^2} - 3x - 4$, если $x \leq 0$;

95. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x^2} = x + 10; \quad 2) \sqrt{x^2} = 8 - x.$$

Тождественные преобразования выражений,
содержащих арифметические квадратные корни

96. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$\begin{array}{lll} 1) \sqrt{52}; & 4) \sqrt{0,45}; & 7) -15\sqrt{0,32}; \\ 2) \sqrt{112}; & 5) \frac{1}{6}\sqrt{216}; & 8) \frac{5}{8}\sqrt{5\frac{3}{25}}. \\ 3) \sqrt{500}; & 6) -1,2\sqrt{175}; & \end{array}$$

97. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$\begin{array}{lll} 1) \sqrt{11x^2}, \text{ если } x \geq 0; & 6) \sqrt{m^{16}n^3}, \text{ если } m \neq 0; \\ 2) \sqrt{13y^2}, \text{ если } y \leq 0; & 7) \sqrt{49bc^2}, \text{ если } c < 0; \\ 3) \sqrt{20c^{12}}; & 8) \sqrt{x^{11}y^{11}}, \text{ если } x \leq 0, y \leq 0; \\ 4) \sqrt{x^{17}}; & 9) \sqrt{64x^7y^{26}}, \text{ если } y > 0; \\ 5) \sqrt{-c^{15}}; & 10) \sqrt{700m^{18}n^{19}}, \text{ если } m < 0. \end{array}$$

98. Внесите множитель под знак корня:

$$\begin{array}{lll} 1) 5\sqrt{2}; & 3) 0,3\sqrt{6}; & 5) \frac{2}{9}\sqrt{162}; \\ 2) 7\sqrt{3}; & 4) \frac{1}{4}\sqrt{48}; & 6) -2\sqrt{10}; \\ & & 7) -0,2\sqrt{30}; \\ & & 8) 8\sqrt{b}. \end{array}$$

99. Внесите множитель под знак корня:

$$\begin{array}{lll} 1) c\sqrt{15}; & 4) 8c\sqrt{\frac{c}{32}}; \\ 2) m\sqrt{n}, \text{ если } m \geq 0; & 5) (p+1)\sqrt{\frac{1}{p+1}}; \\ 3) x^7\sqrt{-x}; & 6) (b-4)\sqrt{\frac{1}{20-5b}}. \end{array}$$

100. Упростите выражение:

$$\begin{array}{lll} 1) \sqrt{4a} + \sqrt{64a} - \sqrt{9a}; & 3) 2\sqrt{125c} - 4\sqrt{80c} + \frac{1}{7}\sqrt{245c}. \\ 2) \sqrt{98} + \sqrt{242} - \sqrt{50}; & \end{array}$$

101. Выполните умножение:

- 1) $(\sqrt{45} + \sqrt{180}) \cdot \sqrt{5}$;
- 2) $(6\sqrt{2} - 3\sqrt{50} + \sqrt{72}) \cdot \sqrt{2}$;
- 3) $(4 - \sqrt{6})(2 + 3\sqrt{6})$;
- 4) $(2\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} + 6\sqrt{2})$;
- 5) $(\sqrt{19} - \sqrt{13})(\sqrt{19} + \sqrt{13})$;
- 6) $(6\sqrt{m} + 8\sqrt{n})(6\sqrt{m} - 8\sqrt{n})$;
- 7) $(\sqrt{3} + 2)^2$;
- 8) $(2\sqrt{6} - 3\sqrt{7})^2$.

102. Упростите выражение:

- 1) $(4\sqrt{7} + 7\sqrt{12} - 2\sqrt{192}) \cdot \sqrt{3} - \sqrt{84}$;
- 2) $(2\sqrt{5} - \sqrt{15})(\sqrt{15} + 2\sqrt{5}) - (\sqrt{10} - 5\sqrt{2})^2$;
- 3) $(8 - \sqrt{6})^2 + (5 + \sqrt{6})^2$;
- 4) $(\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{7}})^2$.

103. Сократите дробь:

- 1) $\frac{x^2 - 17}{x + \sqrt{17}}$;
- 2) $\frac{\sqrt{y} - 10}{y - 100}$;
- 3) $\frac{c + 9\sqrt{c}}{c - 81}$;
- 4) $\frac{29 + \sqrt{29}}{\sqrt{29}}$;
- 5) $\frac{a - 10\sqrt{a} + 25}{a - 25}$;
- 6) $\frac{6 - \sqrt{12}}{\sqrt{12} - 2}$.

104. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- 1) $\frac{8}{\sqrt{13}}$;
- 2) $\frac{48}{\sqrt{6}}$;
- 3) $\frac{27}{2\sqrt{3}}$;
- 4) $\frac{b^5}{c\sqrt{b}}$;
- 5) $\frac{a - 7}{\sqrt{a - 7}}$;
- 6) $\frac{1}{\sqrt{33} + 1}$;
- 7) $\frac{41}{\sqrt{47} - \sqrt{6}}$;
- 8) $\frac{17}{\sqrt{39} + \sqrt{5}}$;
- 9) $\frac{x - 7}{\sqrt{x + 18} - 5}$;
- 10) $\frac{x^2 - 9x}{\sqrt{x + 7} - 4}$;
- 11) $\frac{x^2 - 64}{4 + \sqrt{x + 8}}$;
- 12) $\frac{m}{\sqrt{11 + 5m} - \sqrt{3m + 11}}$.

105. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{18}{8 - 2\sqrt{7}} - \frac{18}{8 + 2\sqrt{7}}; \quad 3) \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}.$$

$$2) \frac{1}{\sqrt{3 + \sqrt{8}} - 1} - \frac{1}{\sqrt{3 + \sqrt{8}} + 1};$$

106. Упростите выражение:

$$1) \frac{b}{b - 16} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} + 4}; \quad 3) \frac{\sqrt{x} - 10}{\sqrt{x}} : \frac{x - 100}{7x};$$

$$2) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab} + b} - \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}}; \quad 4) \left(\frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} + 2} + \frac{8\sqrt{m}}{m - 4} \right) : \frac{\sqrt{m} + 2}{m - 2\sqrt{m}}.$$

107. Известно, что $\sqrt{7 - c} + \sqrt{c - 2} = 3$. Найдите значение выражения $\sqrt{(7 - c)(c - 2)}$.

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

108. Не выполняя построения графика функции $y = \sqrt{x}$, определите, через какие из данных точек проходит этот график:

- | | |
|-----------------|--------------------|
| 1) A (36; -6); | 4) D (0,64; 0,8); |
| 2) B (100; 10); | 5) E (20,25; 4,5). |
| 3) C (-4; 2); | |

109. Сравните:

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1) $\sqrt{52}$ и $\sqrt{47}$; | 6) $7\sqrt{2}$ и $\sqrt{95}$; |
| 2) $\sqrt{2,4}$ и $\sqrt{2,6}$; | 7) $6\sqrt{3}$ и $8\sqrt{2}$; |
| 3) 5 и $\sqrt{23}$; | 8) $0,7\sqrt{1\frac{3}{7}}$ и $\sqrt{0,8}$; |
| 4) 1 и $\sqrt{\frac{5}{6}}$; | 9) $\frac{5}{6}\sqrt{14\frac{2}{5}}$ и $\frac{2}{3}\sqrt{22\frac{1}{2}}$. |
| 5) -4 и $-\sqrt{15}$; | |

110. Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графика функции $y = \sqrt{x}$ и прямой:

- | | |
|----------------|----------------|
| 1) $y = 4$; | 3) $y = -1$; |
| 2) $y = 0,9$; | 4) $y = 700$. |

- 111.** Расположите в порядке возрастания числа: $4; 3,8; \sqrt{15}; \sqrt{19}; 4,3$.
- 112.** Между какими двумя последовательными целыми числами находится на координатной прямой число:
- 1) $\sqrt{21}$;
 - 2) $\sqrt{76}$;
 - 3) $\sqrt{0,32}$;
 - 4) $-\sqrt{46,25}$?
- 113.** Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:
- 1) 10 и $\sqrt{150}$;
 - 3) $-\sqrt{62}$ и $-6,3$;
 - 2) $\sqrt{17}$ и $\sqrt{101}$;
 - 4) $-\sqrt{19}$ и $3,4$.
- 114.** При каких значениях x выполняется неравенство:
- 1) $\sqrt{x} \geq 5$;
 - 2) $\sqrt{x} < 10$;
 - 3) $4 \leq \sqrt{x} < 30$?
- 115.** Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 3 - 2x$ и определите координаты точек их пересечения.
- 116.** Упростите выражение:
- 1) $\sqrt{(3 - \sqrt{7})^2}$;
 - 4) $\sqrt{(6 - \sqrt{29})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{29})^2}$;
 - 2) $\sqrt{(\sqrt{11} - 4)^2}$;
 - 5) $\sqrt{(\sqrt{39} - 7)^2} - \sqrt{(\sqrt{39} - 6)^2}$.
 - 3) $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$;
- 117.** Упростите выражение:
- 1) $\sqrt{19 + 8\sqrt{3}}$;
 - 3) $\sqrt{23 + 4\sqrt{19}} + \sqrt{55 - 12\sqrt{19}}$;
 - 2) $\sqrt{32 - 10\sqrt{7}}$;
 - 4) $\sqrt{18 - 4\sqrt{14}} - \sqrt{63 - 14\sqrt{14}}$.
- 118.** Упростите выражение:
- 1) $\sqrt{(\sqrt{a} + 6)^2 - 24\sqrt{a}} + \sqrt{(\sqrt{a} - 7)^2 + 28\sqrt{a}}$;
 - 2) $\sqrt{c + 2\sqrt{c + 5} + 6} + \sqrt{c - 2\sqrt{c + 5} + 6}$.

Квадратные уравнения.**Решение неполных квадратных уравнений**

- 119.** Составьте квадратное уравнение, в котором:
- 1) старший коэффициент равен -7 , второй коэффициент равен $8,3$, а свободный член равен 4 ;
 - 2) старший коэффициент равен $\frac{1}{3}$, второй коэффициент равен 0 , а свободный член равен -17 .

- 120.** Какие из чисел $4; -2; 1; 3; -6$ являются корнями уравнения $x^2 + 2x - 24 = 0$?
- 121.** Решите уравнение:
- 1) $2x^2 - 50 = 0$;
 - 4) $6x^2 - 42x = 0$;
 - 2) $x^2 + 10x = 0$;
 - 5) $25x^2 - 81 = 0$;
 - 3) $6x^2 - 30 = 0$;
 - 6) $x^2 + 100 = 0$.
- 122.** Решите уравнение:
- 1) $(x + 3)(x - 7) + (x + 5)(x - 5) + 4x = 0$;
 - 2) $(4x + 3)^2 - 3(3 - 8x) = 0$.
- 123.** При каком значении a число -3 является корнем уравнения $x^2 + ax - 21 = 0$?
- 124.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 5|x| = 0$;
 - 2) $x^2 - 3|x| + 4x = 0$.

Формула корней квадратного уравнения

- 125.** Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 6x - 27 = 0$;
 - 5) $x^2 + 4x - 10 = 0$;
 - 2) $x^2 - 8x + 15 = 0$;
 - 6) $4x^2 - 2x - 5 = 0$;
 - 3) $7y^2 - 4y - 3 = 0$;
 - 7) $64x^2 - 48x + 9 = 0$;
 - 4) $6p^2 - p - 2 = 0$;
 - 8) $x^2 - 12x + 40 = 0$.
- 126.** Решите уравнение:
- 1) $(2x + 5)(x + 2) = 21$;
 - 2) $(x + 3)(x - 1) - (3x + 1)(x - 7) = x(x + 18)$;
 - 3) $(4x - 3)^2 + (2x - 1)(2x + 1) = 24$.
- 127.** Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 78 см^2 , а одна из сторон на 7 см больше другой.
- 128.** Решите уравнение:
- 1) $2x^2 - 3x\sqrt{6} + 6 = 0$;
 - 2) $x^2 - x(2 - \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} = 0$.
- 129.** При каких значениях a число $\frac{1}{6}$ является корнем уравнения $2a^2x^2 + 3ax - 2 = 0$?
- 130.** Найдите стороны прямоугольного треугольника, если один из его катетов на 6 см меньше другого катета и на 12 см меньше гипотенузы.
- 131.** Найдите стороны прямоугольника, если их разность равна 21 см , а диагональ прямоугольника — 39 см .

132. Найдите три последовательных нечётных натуральных числа, если квадрат третьего из них на 24 меньше утроенного произведения первого и второго чисел.
133. Найдите четыре последовательных чётных натуральных числа, если утроенное произведение второго и четвёртого чисел на 324 больше произведения первого и третьего чисел.
134. Сколько сторон имеет многоугольник, если в нём можно провести 35 диагоналей?
135. Решите уравнение:
- 1) $|x^2 + 11x - 6| = 6;$
 - 3) $x|x| + 5x - 4 = 0;$
 - 2) $x^2 - 4|x| - 32 = 0;$
 - 4) $x^2 + 8\sqrt{x^2} - 20 = 0.$
136. Решите уравнение:
- 1) $x^2 + 2x + \frac{7}{x-6} = 48 + \frac{7}{x-6};$
 - 2) $(\sqrt{x} - 7)(24x^2 - 14x - 3) = 0;$
 - 3) $(x^2 + 9x)(\sqrt{x} - 8)(x^2 - 12x - 45) = 0.$
137. Решите уравнение:
- 1) $\sqrt{x^2 - 9x - 22} + \sqrt{x^2 - 5x - 14} = 0;$
 - 2) $x^2 - 16x + 64 + |x^2 - 3x - 40| = 0;$
 - 3) $\sqrt{x^2 - 49} + |x^2 + 2x - 80| = 0.$
138. При каком значении c имеет единственный корень уравнение:
- 1) $6x^2 + 12x + c = 0;$
 - 2) $16x^2 + cx + 4 = 0?$
139. Для каждого значения a решите уравнение:
- 1) $x^2 + (2 - 4a)x + 3a^2 - 2a = 0;$
 - 2) $x^2 - (7a + 2)x + 14a = 0;$
 - 3) $3(a - 2)x^2 + (a - 5)x - 1 = 0.$
140. При каких значениях c имеет единственный корень уравнение:
- 1) $cx^2 - 5x + 2 = 0;$
 - 2) $(c - 6)x^2 + (c - 4)x + 2 = 0;$
 - 3) $(c + 1)x^2 + (2c + 2)x - 5 = 0?$

Теорема Виета

- 141.** Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:
- 1) $x^2 + 7x - 137 = 0$; 3) $6x^2 - 17x - 55 = 0$;
 - 2) $x^2 - 22x + 3 = 0$; 4) $10x^2 + 31x + 13 = 0$.
- 142.** Найдите коэффициенты b и c уравнения $x^2 + bx + c = 0$, если его корнями являются числа: 1) -8 и 15 ; 2) $-\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$.
- 143.** Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:
- 1) 3 и 5 ; 5) $-\frac{7}{12}$ и $\frac{3}{2}$;
 - 2) -2 и 1 ; 6) $4 - \sqrt{17}$ и $4 + \sqrt{17}$;
 - 3) $-\frac{1}{4}$ и 3 ; 7) $\sqrt{11}$ и $-\sqrt{11}$;
 - 4) $-0,3$ и -10 ; 8) $-7 - 3\sqrt{2}$ и $-7 + 3\sqrt{2}$.
- 144.** Число -4 является корнем уравнения $x^2 - 11x + q = 0$. Найдите значение q и второй корень уравнения.
- 145.** Число 6 является корнем уравнения $x^2 + bx - 30 = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.
- 146.** Число $-\frac{1}{6}$ является корнем уравнения $3x^2 + mx + 2 = 0$. Найдите значение m и второй корень уравнения.
- 147.** Число $0,8$ является корнем уравнения $4x^2 - 2,4x + a = 0$. Найдите значение a и второй корень уравнения.
- 148.** При каком значении b корни уравнения $x^2 + bx - 29 = 0$ являются противоположными числами? Найдите эти корни.
- 149.** Один из корней уравнения $x^2 - 7x + p = 0$ на 5 меньше другого. Найдите корни уравнения и значение p .
- 150.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + bx + 150 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 = 6x_2$. Найдите корни уравнения и значение b .
- 151.** Корни уравнения $x^2 - 25x + c = 0$ относятся как $2 : 3$. Найдите корни уравнения и значение c .

- 152.** Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 3x + m = 0$ удовлетворяют условию $3x_1 - 4x_2 = 37$. Найдите корни уравнения и значение m .
- 153.** Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 7x - 3 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:
- 1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;
 - 3) $x_1^2 + x_2^2$;
 - 5) $(x_1 - x_2)^2$;
 - 2) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$;
 - 4) $x_1^3 + x_2^3$;
 - 6) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.
- 154.** Составьте квадратное уравнение, корни которого на 4 меньше соответствующих корней уравнения $x^2 - 4x - 10 = 0$.
- 155.** Составьте квадратное уравнение, корни которого в 3 раза больше соответствующих корней уравнения $3x^2 - 7x + 3 = 0$.
- 156.** Сумма квадратов корней уравнения $3x^2 + ax - 1 = 0$ равна $\frac{22}{9}$. Найдите значение a .

Квадратный трёхчлен

- 157.** Найдите корни квадратного трёхчлена:
- 1) $x^2 - 15x + 56$;
 - 3) $x^2 - 14x + 15$.
 - 2) $20x^2 - 12x + 1$;
- 158.** Разложите на множители квадратный трёхчлен:
- 1) $b^2 - 15b + 14$;
 - 4) $-\frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$;
 - 2) $-x^2 - 6x + 7$;
 - 5) $\frac{1}{3}y^2 - \frac{2}{9}y - \frac{1}{9}$;
 - 3) $30y^2 - 10y - 100$;
 - 6) $50x^2 - 160x + 128$.
- 159.** Сократите дробь:
- 1) $\frac{x^2 - 8x + 7}{x - 7}$;
 - 4) $\frac{25a^2 + 10a + 1}{5a^2 - 9a - 2}$;
 - 2) $\frac{4x - 8}{x^2 - 3x + 2}$;
 - 5) $\frac{a^2 + 2a - 15}{a^2 - 7a + 12}$;
 - 3) $\frac{4x^2 + x - 5}{16x^2 - 25}$;
 - 6) $\frac{x^3 - 1}{7x^2 - 5x - 2}$;

7) $\frac{25 - x^2}{35 - 2x - x^2};$

9) $\frac{2x^2 + 3x - 2}{7x - 2x^2 - 3}.$

8) $\frac{6 - x - x^2}{x^2 - 7x + 10};$

160. Постройте график функции:

1) $y = \frac{x^2 + 3x - 18}{x - 3};$ 2) $y = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1} - \frac{x^2 - 16}{x - 4}.$

161. Упростите выражение:

1) $\frac{17 + 8y}{y + 4} + \frac{5y^2 - 5}{2y^2 + 7y - 4} \cdot \frac{1 - 2y}{y - 1};$

2) $\frac{90 - y}{y^3 - 25y} : \left(\frac{y + 5}{4y^2 - 19y - 5} - \frac{25}{y^2 - 25} \right);$

3) $\left(\frac{4m}{m^2 - m - 6} - \frac{10}{m^2 - 9} \right) : \frac{2m - 4}{m^2 + 5m + 6} - \frac{17 - 2m}{m - 3}.$

162. Разложите на множители многочлен:

1) $x^2 + 4xy - 5y^2;$

2) $15a^2 + 14ab - 8b^2;$

3) $12m^2 + 5mn - 2n^2.$

163. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $(a^2 - 4a - 5)x = a^2 - 25;$

2) $(a^2 - 9a - 10)x = 3a^2 + a - 2.$

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

164. Решите уравнение:

1) $x^4 - 82x^2 + 81 = 0;$ 3) $4x^4 - 21x^2 + 5 = 0;$

2) $x^4 + 12x^2 - 64 = 0;$ 4) $3x^4 + 16x^2 - 12 = 0.$

165. Решите уравнение:

1) $\frac{x^2 - 4x}{x - 7} = \frac{21}{x - 7};$

2) $\frac{x^2 - x}{x^2 - 9} = \frac{7x - 15}{x^2 - 9};$

3) $\frac{4x + 5}{x + 2} = \frac{2x - 7}{3x - 6};$

4) $\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+13} = \frac{2}{21};$

5) $\frac{5}{x^2+3x} - \frac{15}{x^2-3x} = \frac{16}{x};$

6) $\frac{x+3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = \frac{8x-22}{(x-4)(x-3)};$

7) $\frac{1}{x-5} - \frac{2}{x^2+5x} = \frac{20}{x^3-25x};$

8) $\frac{1}{x-4} - \frac{3}{x^2+4x+16} = \frac{9x+12}{x^3-64}.$

166. Решите уравнение методом замены переменной:

1) $(x^2 - 8)^2 - 5(x^2 - 8) - 14 = 0;$

2) $(x+7)^4 - 17(x+7)^2 + 16 = 0;$

3) $(x^2 - 3x)^2 - 8(x^2 - 3x) - 20 = 0;$

4) $(x^2 + 3x - 1)^2 - 12x^2 - 36x + 39 = 0;$

5) $(x^2 - 4x + 1)(x^2 - 4x + 2) = 2;$

6) $(x^4 - 10x^2)^2 - 2(x^4 - 10x^2) = 99.$

167. Решите уравнение методом замены переменной:

1) $\frac{x^2}{(2x-1)^2} - \frac{4x}{2x-1} + 3 = 0;$

2) $\frac{x+4}{x-2} + \frac{x-2}{x+4} = 5\frac{1}{5};$

3) $\frac{3x-1}{x} - \frac{2x}{5(3x-1)} = \frac{9}{5};$

4) $\frac{5x-1}{x-2} + \frac{5(x-2)}{5x+1} = 6;$

5) $\frac{x^2+4x-1}{3} - \frac{4}{3x^2+12x-3} = 1;$

6) $\frac{x^2-6x-4}{x} + \frac{6x}{x^2-6x-4} = -7;$

7) $\frac{2}{x^2-5x+6} + \frac{3}{x^2-5x+7} = \frac{8}{x^2-5x+8};$

8) $\frac{6}{x^2-3x+5} - x^2 + 3x = 4.$

168. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 - 4x + 3}{x - a} = 0;$$

$$3) \frac{x^2 - (a+2)x + 2a}{x - 3} = 0;$$

$$2) \frac{x - a}{x^2 - 4x + 3} = 0;$$

$$4) \frac{x^2 - (a+1)x + 3a - 6}{x - 3} = 0.$$

169. При каких значениях a уравнение $\frac{x^2 - 3ax + 2}{x + 3} = 0$ имеет единственный корень?

Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций

- 170.** Скорость легкового автомобиля на 30 км/ч больше скорости грузового, поэтому 180 км он проезжает на 1 ч быстрее грузового автомобиля. Найдите скорость каждого автомобиля.
- 171.** Из пункта A в пункт B велосипедист ехал по дороге длиной 10 км, а из пункта B в пункт A возвращался по дороге длиной 12 км, затратив на обратный путь на 5 мин меньше, чем на путь из пункта A в пункт B . С какой скоростью ехал велосипедист из пункта A в пункт B , если из пункта B в пункт A он ехал со скоростью на 4 км/ч большей, чем из пункта A в пункт B ?
- 172.** Автобус должен был проехать 280 км. Проехав $\frac{3}{7}$ этого расстояния, автобус увеличил свою скорость на 20 км/ч. Найдите скорость автобуса на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 4 ч.
- 173.** Теплоход прошёл 8 км по озеру, а затем 49 км по реке, впадающей в это озеро, за 2 ч. Найдите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки составляет 4 км/ч.
- 174.** Катер прошёл 20 км против течения реки и 16 км по течению, затратив на путь против течения на 20 мин больше, чем на путь по течению. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки составляет 2 км/ч.

175. Набирая ежедневно на 3 страницы больше, чем планировалось, наборщик закончил набирать книгу объёмом 60 страниц на день раньше срока. Сколько страниц планировалось набирать за один день?
176. Числитель обыкновенной дроби на 1 меньше её знаменателя. Если числитель и знаменатель этой дроби увеличить на 4, то полученная дробь будет на $\frac{1}{3}$ больше исходной. Найдите исходную дробь.
177. Два мальяра покрасили кабинет математики за 4 ч. За сколько часов может покрасить кабинет каждый мальяр самостоятельно, если одному из них для этого требуется на 6 ч меньше, чем другому?
178. Первый экскаватор работал на рыхление котлована 2 ч, после чего к нему присоединился второй экскаватор. Через 1 ч совместной работы была вырыта $\frac{1}{4}$ котлована. За сколько часов может вырыть котлован каждый экскаватор самостоятельно, если второму для этого требуется на 6 ч меньше, чем первому?
179. Слиток меди и олова, содержащий 30 кг меди, сплавили с 60 кг меди. Процентное содержание меди в новом слитке на 15 % больше, чем в исходном. Сколько килограммов олова содержится в слитке?
180. В раствор, содержащий 70 г воды, добавили 200 г воды, после чего концентрация соли уменьшилась на 20 %. Сколько граммов соли содержит раствор?

Контрольные работы

Вариант 1

Контрольная работа № 1

Тема. Основное свойство рациональной дроби.
Сложение и вычитание рациональных дробей

1. При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{8}{x-4}$?
2. Сократите дробь:
1) $\frac{24a^6b^4}{16a^3b^7}$; 2) $\frac{15x - 10xy}{5xy}$; 3) $\frac{m^2 - 4}{2m - 4}$; 4) $\frac{25 - a^2}{a^2 - 10a + 25}$.
3. Выполните вычитание:
1) $\frac{x - 8}{4x^2} - \frac{5 - 12x}{6x^3}$; 3) $\frac{m^2}{m^2 - 9} - \frac{m}{m + 3}$;
2) $\frac{20}{a^2 + 4a} - \frac{5}{a}$; 4) $2p - \frac{14p^2}{7p + 3}$.
4. Упростите выражение:
1) $\frac{y + 3}{2y + 2} - \frac{y + 1}{2y - 2} + \frac{3}{y^2 - 1}$; 2) $\frac{2b^2 - b}{b^3 + 1} - \frac{b - 1}{b^2 - b + 1}$.
5. Известно, что $\frac{a - 5b}{b} = 8$. Найдите значение выражения:
1) $\frac{a}{b}$; 2) $\frac{3a - b}{a}$.
6. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 16}{x - 4} - \frac{2x^2 - x}{x}$.

Контрольная работа № 2

Тема. Умножение и деление рациональных дробей.
Тождественные преобразования рациональных выражений

1. Выполните действия:
1) $\frac{56x^3y^4}{z^5} \cdot \left(-\frac{z^4}{16x^2y^6} \right)$; 2) $\frac{72a^7}{c^{10}} : (24a^3c^8)$;

- 3) $\frac{3b - 3c}{c} \cdot \frac{4c^2}{b^2 - c^2};$ 4) $\frac{6x - 30}{x + 8} \cdot \frac{x^2 - 25}{2x + 16}.$
2. Упростите выражение:
- 1) $\frac{2a}{a - 2} + \frac{a + 7}{8 - 4a} \cdot \frac{32}{7a + a^2};$ 2) $\left(\frac{a - 1}{a + 1} - \frac{a + 1}{a - 1} \right) \cdot \frac{2a}{1 - a^2}.$
3. Докажите тождество:
- $$\left(\frac{b^3}{b^2 - 8b + 16} - \frac{b^2}{b - 4} \right) : \left(\frac{b^2}{b^2 - 16} - \frac{b}{b - 4} \right) = \frac{b^2 + 4b}{4 - b}.$$
4. Известно, что $64x^2 + \frac{1}{x^2} = 65$. Найдите значение выражения $8x + \frac{1}{x}.$

Контрольная работа № 3

Тема. Рациональные уравнения.

Степень с целым отрицательным показателем.

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

1. Решите уравнение:
- 1) $\frac{3x - 7}{x - 1} - \frac{x + 1}{x - 1} = 0;$ 2) $\frac{x}{x + 5} - \frac{25}{x^2 + 5x} = 0.$
2. Запишите в стандартном виде число:
- 1) 126 000; 2) 0,0035.
3. Представьте в виде степени с основанием a выражение:
- 1) $a^7 \cdot a^{-5};$ 2) $a^{-10} : a^{-13};$ 3) $(a^9)^{-2} \cdot a^{20}.$
4. Упростите выражение $0,8a^{11}b^{-14} \cdot 1,2a^{-8}b^{16}.$
5. Найдите значение выражения:
- 1) $2^{-3} + 6^{-1};$ 2) $\frac{7^{-8} \cdot 7^{-9}}{7^{-16}}.$
6. Преобразуйте выражение $\left(-\frac{4}{5}a^{-5}b^{-12} \right)^{-3} \cdot (5a^9b^{17})^{-2}$ так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными показателями.
7. Вычислите:
- 1) $(216 \cdot 6^{-5})^3 \cdot (36^{-2})^{-1};$ 2) $\frac{(-81)^{-5} \cdot 27^{-3}}{9^{-15}}.$
8. Решите графически уравнение $\frac{8}{x} = x - 7.$

9. Порядок числа a равен -5 , а порядок числа b равен 4 .
Каким может быть порядок значения выражения:
1) ab ; 2) $10a + b$?

Контрольная работа № 4

Тема. Квадратные корни

1. Найдите пересечение и объединение множеств A и B , где A — множество делителей числа 18 , B — множество делителей числа 24 .
2. Найдите значение выражения:
- 1) $0,5\sqrt{1600} - \frac{1}{3}\sqrt{36}$; 3) $\sqrt{6^2 \cdot 2^8}$;
- 2) $\sqrt{0,25 \cdot 81}$; 4) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} - \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$.
3. Решите уравнение:
- 1) $x^2 = 2$; 3) $\sqrt{x} = 4$;
- 2) $x^2 = -16$; 4) $\sqrt{x} = -9$.
4. Упростите выражение:
- 1) $7\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 4\sqrt{18}$; 3) $(3\sqrt{5} - 2)^2$;
- 2) $(\sqrt{90} - \sqrt{40}) \cdot \sqrt{10}$; 4) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})$.
5. Сравните числа:
- 1) $7\sqrt{2}$ и $6\sqrt{3}$; 2) $6\sqrt{\frac{2}{3}}$ и $4\sqrt{\frac{3}{2}}$.
6. Сократите дробь:
- 1) $\frac{\sqrt{a+7}}{a-49}$; 2) $\frac{33-\sqrt{33}}{\sqrt{33}}$; 3) $\frac{a-2\sqrt{3a}+3}{a-3}$.
7. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
- 1) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$; 2) $\frac{10}{\sqrt{14}-2}$.
8. Вынесите множитель из-под знака корня:
- 1) $\sqrt{5b^2}$, если $b \leq 0$; 3) $\sqrt{-a^5}$;
- 2) $\sqrt{12a^4}$; 4) $\sqrt{-a^3b^6}$, если $b > 0$.

9. Упростите выражение $\sqrt{(13 - \sqrt{101})^2} - \sqrt{(\sqrt{101} - 11)^2}$.

Контрольная работа № 5

Тема. Квадратные уравнения. Теорема Виета

1. Решите уравнение:

- 1) $7x^2 - 21 = 0$; 4) $3x^2 - 28x + 9 = 0$;
2) $5x^2 + 9x = 0$; 5) $2x^2 - 8x + 11 = 0$;
3) $x^2 + x - 42 = 0$; 6) $16x^2 - 8x + 1 = 0$.

2. Составьте приведённое квадратное уравнение, сумма корней которого равна -10 , а произведение — числу 8 .

3. Диагональ прямоугольника на 8 см больше одной из его сторон и на 4 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника.

4. Число -3 является корнем уравнения $2x^2 + 7x + c = 0$. Найдите значение c и второй корень уравнения.

5. При каком значении a уравнение $3x^2 - 6x + a = 0$ имеет единственный корень?

6. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 12x + 6 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения $x_1^2 + x_2^2$.

Контрольная работа № 6

Тема. Квадратный трёхчлен.

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям.

Решение задач с помощью рациональных уравнений

1. Разложите на множители квадратный трёхчлен:

- 1) $x^2 + 10x - 24$;
2) $3x^2 - 11x + 6$.

2. Решите уравнение:

1) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$; 2) $\frac{x^2 + 5x}{x - 1} = \frac{6}{x - 1}$.

3. Сократите дробь $\frac{3a^2 - 5a - 2}{a^2 - 4}$.

4. Решите уравнение:

$$\frac{6}{x^2 - 36} - \frac{3}{x^2 - 6x} + \frac{x - 12}{x^2 + 6x} = 0.$$

5. Пассажирский поезд проходит расстояние, равное 120 км, на 1 ч быстрее, чем товарный. Найдите скорость каждого поезда, если скорость товарного поезда на 20 км/ч меньше скорости пассажирского.
6. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$.

Контрольная работа № 7

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

1. Сократите дробь $\frac{35mn^9}{14m^2n^3}$.
2. Представьте в виде степени с основанием m выражение $(m^6)^{-2} : m^{-8}$.
3. Упростите выражение $\sqrt{64a} - \frac{1}{7}\sqrt{49a}$.
4. При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{x - 8}{3x^2 - 10x + 3}$?
5. Докажите тождество:
- $$\left(\frac{a}{a^2 - 25} - \frac{a - 8}{a^2 - 10a + 25} \right) : \frac{a - 20}{(a - 5)^2} = -\frac{a}{a + 5}.$$
6. Первый рабочий изготовил 120 деталей, а второй — 144 детали. Первый рабочий изготавливал на 4 детали в час больше, чем второй, и работал на 3 ч меньше второго. Сколько деталей изготавливал за 1 ч каждый рабочий?
7. Постройте график функции $y = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 4, \\ \frac{8}{x}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$
8. Докажите, что при любом значении p уравнение $x^2 + px + p - 4 = 0$ имеет два корня.

Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. Основное свойство рациональной дроби.
Сложение и вычитание рациональных дробей

1. При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{7}{x+11}$?
2. Сократите дробь:
 - 1) $\frac{36a^{12}b^7}{54a^8b^{11}}$;
 - 3) $\frac{3c+15}{c^2-25}$;
 - 2) $\frac{18mn-27m}{9mn}$;
 - 4) $\frac{x^2-14x+49}{49-x^2}$.
3. Выполните вычитание:
 - 1) $\frac{5x-6}{6x^2} - \frac{4-9x}{9x^3}$;
 - 3) $\frac{c^2}{c^2-16} - \frac{c}{c+4}$;
 - 2) $\frac{42}{b^2+7b} - \frac{6}{b}$;
 - 4) $3y - \frac{18y^2}{6y+1}$.
4. Упростите выражение:
 - 1) $\frac{y+6}{4y+8} - \frac{y+2}{4y-8} + \frac{5}{y^2-4}$;
 - 2) $\frac{6b^3+48b}{b^3+64} - \frac{3b^2}{b^2-4b+16}$.
5. Известно, что $\frac{x+4y}{y} = 10$. Найдите значение выражения:
 - 1) $\frac{x}{y}$;
 - 2) $\frac{7x-y}{x}$.
6. Постройте график функции $y = \frac{3x^2+4x}{x} - \frac{x^2-1}{x+1}$.

Контрольная работа № 2

Тема. Умножение и деление рациональных дробей.
Тождественные преобразования рациональных выражений

1. Выполните действия:
 - 1) $-\frac{54a^6b^9}{c^{12}} \cdot \left(-\frac{c^{20}}{12a^4b^{15}} \right)$;
 - 2) $\frac{98m^8}{p^{17}} : (49m^5p^2)$;

3) $\frac{5a+5b}{b} \cdot \frac{6b^2}{a^2-b^2};$ 4) $\frac{x^2-49}{3x-24} : \frac{5x+35}{x-8}.$

2. Упростите выражение:

1) $\frac{3a}{a-3} + \frac{a+5}{6-2a} \cdot \frac{54}{5a+a^2};$ 2) $\left(\frac{a+4}{a-4} - \frac{a-4}{a+4} \right) : \frac{48a}{16-a^2}.$

3. Докажите тождество:

$$\left(\frac{a^2}{a+5} - \frac{a^3}{a^2+10a+25} \right) : \left(\frac{a}{a+5} - \frac{a^2}{a^2-25} \right) = \frac{5a-a^2}{a+5}.$$

4. Известно, что $x^2 + \frac{49}{x^2} = 50$. Найдите значение выражения $x - \frac{7}{x}.$

Контрольная работа № 3

Тема. Рациональные уравнения.

Степень с целым отрицательным показателем.

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

1. Решите уравнение:

1) $\frac{4x+8}{x+2} - \frac{x-4}{x+2} = 0;$ 2) $\frac{x}{x-4} - \frac{16}{x^2-4x} = 0.$

2. Запишите в стандартном виде число:

1) 245 000; 2) 0,0019.

3. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

1) $a^{-3} \cdot a^5;$ 2) $a^{-6} : a^{-8};$ 3) $(a^5)^{-3} \cdot a^{18}.$

4. Упростите выражение $0,2a^8b^{-10} \cdot 1,7a^{-6}b^{12}.$

5. Найдите значение выражения:

1) $6^{-2} + \left(\frac{9}{4} \right)^{-1};$ 2) $\frac{8^{-4} \cdot 8^{-9}}{8^{-12}}.$

6. Преобразуйте выражение $\left(-\frac{2}{3}a^{-4}b^{-8} \right)^{-2} \cdot (3a^2b^{12})^{-3}$ так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными показателями.

7. Вычислите:

1) $(27 \cdot 3^{-6})^2 \cdot (9^{-1})^{-2};$ 2) $\frac{(-64)^{-4} \cdot 8^3}{16^{-3}}.$

8. Решите графически уравнение $\frac{6}{x} = 5 - x$.
9. Порядок числа x равен -3 , а порядок числа y равен 2 .
Каким может быть порядок значения выражения:
1) xy ; 2) $100x + y$?

Контрольная работа № 4**Тема. Квадратные корни**

1. Найдите пересечение и объединение множеств A и B , где A — множество делителей числа 12 , B — множество делителей числа 30 .
2. Найдите значение выражения:
 1) $0,3\sqrt{900} - \frac{1}{4}\sqrt{64}$; 3) $\sqrt{3^4 \cdot 2^6}$;
 2) $\sqrt{0,64 \cdot 49}$; 4) $\sqrt{40} \cdot \sqrt{10} - \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$.
3. Решите уравнение:
 1) $x^2 = 5$; 3) $\sqrt{x} = 9$;
 2) $x^2 = -4$; 4) $\sqrt{x} = -49$.
4. Упростите выражение:
 1) $8\sqrt{3} - 5\sqrt{12} + 4\sqrt{75}$; 3) $(2\sqrt{7} + 3)^2$;
 2) $(\sqrt{20} + \sqrt{80}) \cdot \sqrt{5}$; 4) $(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 3\sqrt{3})$.
5. Сравните числа:
 1) $4\sqrt{3}$ и $3\sqrt{8}$; 2) $4\sqrt{\frac{15}{8}}$ и $\frac{1}{5}\sqrt{750}$.
6. Сократите дробь:
 1) $\frac{a-64}{\sqrt{a}-8}$; 2) $\frac{\sqrt{11}-11}{\sqrt{11}}$; 3) $\frac{a-5}{a+2\sqrt{5a}+5}$.
7. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
 1) $\frac{8}{3\sqrt{2}}$; 2) $\frac{4}{\sqrt{13}-3}$.
8. Вынесите множитель из-под знака корня:
 1) $\sqrt{11a^2}$, если $a \leq 0$; 3) $\sqrt{-a^7}$;
 2) $\sqrt{18a^8}$; 4) $\sqrt{-a^{10}b^5}$, если $a > 0$.

9. Упростите выражение $\sqrt{(9 - \sqrt{43})^2} + \sqrt{(6 - \sqrt{43})^2}$.

Контрольная работа № 5

Тема. Квадратные уравнения. Теорема Виета

1. Решите уравнение:

1) $4x^2 - 20 = 0$;	4) $7x^2 - 22x + 3 = 0$;
2) $3x^2 + 5x = 0$;	5) $7x^2 - 6x + 2 = 0$;
3) $x^2 - 5x - 24 = 0$;	6) $4x^2 + 12x + 9 = 0$.
2. Составьте приведённое квадратное уравнение, сумма корней которого равна 6, а произведение — числу 4.
3. Диагональ прямоугольника на 6 см больше одной из сторон и на 3 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника.
4. Число 4 является корнем уравнения $3x^2 + bx + 4 = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.
5. При каком значении a уравнение $2x^2 - 8x + a = 0$ имеет единственный корень?
6. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 10x - 4 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения $x_1^2 + x_2^2$.

Контрольная работа № 6

Тема. Квадратный трёхчлен.

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям.

Решение задач с помощью рациональных уравнений

1. Разложите на множители квадратный трёхчлен:

1) $x^2 - 4x - 32$;	2) $4x^2 - 15x + 9$.
----------------------	-----------------------
2. Решите уравнение:

1) $x^4 - 35x^2 - 36 = 0$;	2) $\frac{x^2 - 7x}{x + 2} = \frac{18}{x + 2}$.
-----------------------------	--
3. Сократите дробь $\frac{4a^2 + a - 3}{a^2 - 1}$.

4. Решите уравнение:

$$\frac{10}{x^2 - 100} + \frac{x - 20}{x^2 + 10x} - \frac{5}{x^2 - 10x} = 0.$$

5. Первый автомобиль проезжает расстояние, равное 300 км, на 1 ч быстрее, чем второй. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго.
6. Постройте график функции $y = \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$.

Контрольная работа № 7

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

1. Сократите дробь $\frac{27a^3b^2}{18ab^8}$.
2. Представьте в виде степени с основанием n выражение $(n^{-3})^4 : n^{-15}$.
3. Упростите выражение $\sqrt{16b} - 0,5\sqrt{36b}$.
4. При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{x+7}{2x^2-x-6}$?
5. Докажите тождество:
- $$\left(\frac{b}{b^2 - 8b + 16} - \frac{b+6}{b^2 - 16} \right) : \frac{b+12}{b^2 - 16} = \frac{2}{b-4}.$$
6. Первый насос наполнил водой бассейн объёмом 360 м³, а второй — объёмом 480 м³. Первый насос перекачивал на 10 м³ воды в час меньше, чем второй, и работал на 2 ч больше второго. Какой объём воды перекачивал за 1 ч каждый насос?
7. Постройте график функции $y = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ x^2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$
8. Докажите, что при любом значении p уравнение $x^2 - px + 2p^2 + 1 = 0$ не имеет корней.

Содержание

Упражнения	3
Вариант 1	3
Вариант 2	31
Вариант 3	59
Контрольные работы	87
Вариант 1	87
Вариант 2	92

Учебное издание

**Мерзляк Аркадий Григорьевич
Полонский Виталий Борисович
Рабинович Ефим Михайлович
Якир Михаил Семёнович**

Алгебра

Дидактические материалы

8 класс

**Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций**

Редактор *Н.В. Самсонова*. Художественный редактор *Д.Э. Булаткин*
Макет *Д.Э. Булаткина*. Внешнее оформление *Е.В. Чайко*
Компьютерная вёрстка *О.В. Поповой*. Технический редактор *Е.А. Урвачева*
Корректоры *О.А. Мерзликина, О.Ч. Кохановская*

Подписано в печать 22.12.14. Формат 60×84/16. Гарнитура SchoolBookC
Печать офсетная. Бумага офсетная № 1. Печ. л. 6,0. Тираж 2000 экз. Заказ № 1007.

ООО Издательский центр «Вентана-Граф»
127422, Москва, ул. Тимирязевская, д. 1, стр. 3
Тел./факс: (499) 641-55-29, (495) 234-07-53
E-mail: info@vgf.ru, <http://www.vgf.ru>

Отпечатано в полном соответствии
с качеством предоставленного оригинал-макета
в ОАО «Издательско-полиграфическое предприятие „Правда Севера“»
163002, г. Архангельск, просп. Новгородский, 32
E-mail: zakaz@ippps.ru, <http://www.ippps.ru>